

Компенсация линейного смаза цифровых изображений с помощью метода Люси-Ричардсона

К.В. Панфилова

panfilova_krista@mail.ru

Национальный исследовательский университет «МИЭТ», Москва, Зеленоград, Россия

В данной работе рассматривается задача восстановления изображений, а именно компенсация линейного смаза. Для восстановления используется итерационный алгоритм Люси-Ричардсона и его модификации. Узкими местами метода являются возникновение краевых артефактов в виде горизонтальных и вертикальных полос на изображении и отсутствие информации об оптимальном числе итераций. Предлагается расширять изображения за его пределы, монотонно сводя яркость к нулевому значению на новых границах, а также использовать определенный критерий останова. Последний основан на анализе изменения изображения на каждой итерации. В результате предложенных адаптаций удалось уменьшить уровень искажения изображения более чем на 50% в среднеквадратичной метрике, а также получить оценку числа итераций для корректной работы алгоритма.

Ключевые слова: восстановление изображений, метод Люси-Ричардсона, компенсация линейного смаза

Compensation of the linear blur of digital images using Lucy-Richardson method

K. V. Panfilova

National Research University of Electronic Technology, Moscow, Zelenograd, Russia

This paper considers the problem of image restoration, namely the compensation of linear blurring. To restore the image we use Lucy-Richardson iterative algorithm and its modifications. The disadvantage of the method is the emergence of edge artifacts in the form of horizontal and vertical stripes on the image and the lack of information about the optimal number of iterations. We propose to extend the image beyond its limits, monotonically reducing the brightness to zero at new borders, as well as use certain stopping criterion. The latter is based on analysis of the changes in the image at each iteration. As a result of the proposed adaptations we managed to reduce the level of image distortion by more than 50% of rms metric, as well as estimate the number of iterations for correct work of the algorithm.

Keywords: restoration image, Lucy-Richardson method, compensation of linear blur

Процесс формирования изображений несовершенен. Существуют различные типы искажений, которые зависят от многих факторов. В данной работе рассматриваются такие искажения как линейный смаз, возникающий при движении объекта относительно регистрирующей системы, и воздействие некоррелированного шума. Предлагается способ компенсации смаза (восстановления изображения), основанный на методе Люси-Ричардсона.

Формулировка задачи и обзор методов решения

Введём следующие обозначения: $f(x, y)$ – оригинальное (неискажённое) изображение, где значение функции определяет яркость изображения в пикселе с координатами (x, y) , $0 \leq x \leq M$, $0 \leq y \leq N$, а M , N – высота и ширина изображения; $g(x, y)$ – искажённое изображение, $h(x, y)$ – импульсная характеристика (ИХ) оператора искажения, $\hat{f}(x, y)$ – восстановленное изображение и $\eta(x, y)$ – шум. Обозначим $G(u, v)$, $H(u, v)$, $F(u, v)$, $N(u, v)$ – Фурье-образы функций $g(x, y)$, $h(x, y)$, $f(x, y)$ и $\eta(x, y)$ соответственно, полученные с помощью дискретного преобразования Фурье [2, стр. 284].

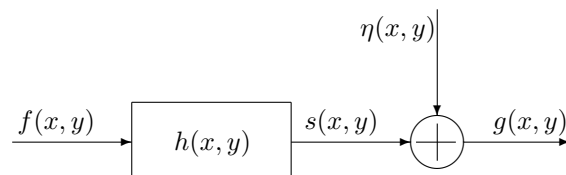


Рис. 1: Линейная система искажения изображения

Процесс искажения изображения (рис. 1) описывается с помощью свёртки [2, стр. 406] в пространственной области (1) и с помощью умножения в частотной (2):

$$g(x, y) = h(x, y) ** f(x, y) + \eta(x, y) \quad (1)$$

$$G(u, v) = H(u, v) \cdot F(u, v) + N(u, v) \quad (2)$$

где $< ** >$ – операция двумерной свёртки. Это представление описывает двумерную дискретную систему с импульсной характеристикой $h(x, y)$ [2, стр. 405].

Для получения оценки $\hat{f}(x, y)$ решается задача деконволюции. Методы её решения делятся на итерационные и неитерационные. Были рассмотрены некоторые из них. К первым относятся: инверсная фильтрация (3) [2, стр. 411], винеровская фильтрация (4) [2, стр. 414] и регуляризация по Тихонову (5) [2, стр. 418].

$$\hat{F}(u, v) = \frac{G(u, v)}{H(u, v)}, \quad (3)$$

$$\hat{F}(u, v) = \left(\frac{H^*(u, v)}{|H(u, v)|^2 + S_\eta(u, v)/S_f(u, v)} \right) G(u, v), \quad (4)$$

$$\hat{F}(u, v) = \left(\frac{H(u, v)}{|H(u, v)|^2 + \gamma|P(u, v)|^2} \right) G(u, v), \quad (5)$$

где $S_f(u, v) = \|F(u, v)\|^2$, $S_\eta = M[\|N(u, v)\|^2]$ – энергетические спектры изображения и шума соответственно, γ – параметр регуляризации, $P(u, v)$ – двумерное ДПФ дискретного аналога оператора Лапласа.

Наиболее распространенными итерационными являются метод Люси-Ричардсона (6) [5, 7] и методы слепой деконволюции [4, стр. 337].

$$\hat{f}_{k+1}(x, y) = \hat{f}_k(x, y) \left[h(-x, -y) * * \frac{g(x, y)}{h(x, y) * * \hat{f}_k(x, y)} \right], \quad (6)$$

Для корректной работы перечисленных методов необходимо получить оценки для оператора смаза и параметров шума.

Оценка параметров искажения

Для оценки параметров смаза (величины r и угла φ) предлагается использовать кепстральное представление изображения [1]:

$$\hat{g}(x, y) = F^{-1}\{\log |G(u, v)|\},$$

где обозначение $F^{-1}\{\cdot\}$ использовано для обратного преобразования Фурье. Кепстр ИХ оператора искажения имеет большой отрицательный пик, расположенный на расстоянии величины смаза от начала координат [1]. При свёртке двух изображений их кепстры складываются. Таким образом, кепстр искажённого изображения также обладает отрицательным пиком, сообщающем о наличии искажения и его расположении. Найдя его координаты, можно рассчитать величину смаза r и угол смаза φ . Этот способ определения параметров смаза позволяет найти параметры искажения достаточно точно: ошибка определения составляет не больше одной-двух единиц (пикселей для r и градусов для φ).

Шум, искажающий изображение, считаем аддитивным белым и не коррелированным с изображением. Известно, что основная информация изображения сосредоточена в области нижних частот. В области высоких частот значения спектра изображения

близки к 0 и вкладом первого слагаемого в (2) можно пренебречь. Таким образом, в некоторой высокочастотной области спектр изображения близок к спектру дискретного белого шума $S_\eta(u, v) \approx \sigma_\eta^2$. Для оценки среднеквадратичного отклонения (ско) σ_η используем формулу:

$$\sigma_\eta \approx \sqrt{\frac{1}{|\Omega|} \sum_{(i,j) \in \Omega} |G(u, v)|^2}, \quad (7)$$

где Ω – рассматриваемая высокочастотная область, $G(u, v)$ – спектр искажённого изображения.

Сравнение характеристик методов компенсации линейного смаза

Неитерационные методы. В инверсной фильтрации не учитывается влияние шума, хотя все реальные изображения являются зашумлёнными из-за несовершенства регистрирующих систем или условий съёмки. С помощью формулы (3) не удастся корректно решить задачу восстановления. Винеровская фильтрация позволяет учитывать шумовую составляющую, но для ее корректной работы необходима оценка энергетического спектра шума и изображения. Первую оценку можно получить с помощью формулы (7), а вторая нам недоступна. Регуляризация по Тихонову не требует знания о неискажённом изображении, но проблема использования этого метода состоит в подборе параметра регуляризации γ .

Основным недостатком неитерационных методов является то, что они чувствительны даже к небольшим погрешностям определения параметров искажения.

Итерационные методы. Метод Люси-Ричардсона был предложен независимо друг от друга Л. Б. Люси (1972) [5] и В. Х. Ричардсоном (1974) [7]. Он формулируется в терминах максимального правдоподобия, в котором изображение моделируется в виде статистик Пуассона. Алгоритм является итерационным и на каждом шаге улучшает оценку восстановленного изображения.

Методы слепой деконволюции [4, стр. 337], в отличие от алгоритма Люси-Ричардсона, не требуют явных знаний ИХ оператора искажения. Алгоритмы из этой группы также основаны на методе максимального правдоподобия, где целевой функцией является модель оригинального изображения.

Выводы. Для дальнейших исследований и компенсации линейного смаза на изображениях было решено использовать метод Люси-Ричардсона. Этот вывод сделан из следующих соображений:

– Алгоритм итерационный, и это позволяет получить более точную оценку изображения.

- Решение, полученное с помощью этого метода, всегда сходится к изображению, близкому к оригинальному. При использовании методов слепой дековолюции есть вероятность, что восстановленное изображение будет состоять только из нулевых пикселей.
- Вычислительные затраты у метода Люси-Ричардсона могут быть на порядок меньше, чем у методов слепой дековолюции. Несмотря на это, при корректном выборе входных параметров алгоритма, результаты восстановления часто идентичны.

Существующие варианты адаптаций метода Люси-Ричардсона

Важной характеристикой алгоритма являются требуемые для его работы вычислительные затраты. Поэтому нам хотелось бы получать хороший результат восстановления за меньшее число итераций. Существует ряд адаптаций алгоритма Люси-Ричардсона, направленных на увеличение его скорости сходимости к решению. В дальнейшем вместо (6) будем использовать следующий итерационный процесс Люси-Ричардсона [3]:

$$\hat{f}_k = u_k + \alpha_k h_k, \quad (8)$$

где

$$h_k = u_k - u_{k-1}, \quad u_{k+1} = \hat{f}_k + g_k, \\ g_k = \varphi(\hat{f}_k) - \hat{f}_k,$$

а $\varphi(\hat{f}_k)$ – результат $(k+1)$ -ой итерации алгоритма Люси-Ричардсона.

Таким образом, во время работы алгоритма Люси-Ричардсона выполняется экстраполяция: предсказывается значение на следующей итерации, основанное на предыдущих. Длина шага α_k определяется на каждой итерации следующим образом [3]:

$$\alpha_k = \frac{\sum g_{k-1} \cdot g_{k-2}}{\sum g_{k-2} \cdot g_{k-2}}, \quad 0 < \alpha_k < 1,$$

где операция « \cdot » – поэлементное умножение, \sum – суммирование по всем элементам массива.

Алгоритм Люси-Ричардсона, как и другие методы, основанные на методе максимального правдоподобия, влечет усиление шума в восстановленном изображении. Избежать дополнительных искажений восстановленного изображения можно несколькими способами: остановить итерационный процесс, когда уровень шума станет недопустимым; выполнить размытие полученного изображения; адаптировать метод, учитывая воздействие шума на процесс восстановления. Более надёжным является последний способ [4, стр. 328], который сводится к процедуре:

$$\hat{f}_{k+1} = \hat{f}_k \cdot C, \quad (9)$$

где C – ядро модифицированного алгоритма Люси-Ричардсона. Ядро C находится с помощью следующего выражения [4, стр. 331]:

$$C = g(x, y)^{\gamma-1} \cdot (\gamma - (\gamma - 1)g(x, y)),$$

где

$$g(x, y) = -\frac{2}{t^2} \left(G(x, y) \ln \frac{G(x, y)}{J(x, y)} - J(x, y) + G(x, y) \right),$$

а t – пороговое значение, определяющее уровень затухания (на практике удобно выбирать равным $\sigma/10$, где σ – ско шума), $J(x, y)$ – оценка искажённого изображения, $G(x, y)$ – искажённое изображение, поступающее на вход алгоритма. Из эмпирических соображений предлагается принимать $\gamma = 10$ [4, стр. 332].

Рассмотренные модификации позволяют получить более корректную оценку изображения по сравнению со стандартным алгоритмом Люси-Ричардсона (6). Далее для итерационной процедуры восстановления будем использовать (8) и (9).

Определение оптимальных параметров использования метода Люси-Ричардсона

Уменьшение влияния краевых артефактов.

Метод Люси-Ричардсона (так же, как и метод слепой дековолюции) обладает следующим недостатком: при величине смаза r больше 20 – 25 пикселей и большом числе проделанных итераций метода появляются артефакты в виде горизонтальных и вертикальных полос вблизи границ изображения. Данные искажения можно ослабить, если расширить изображение за его пределы, монотонно сводя яркость к нулевому значению на новых границах. Ширина расширяемой области выбирается в зависимости от величины смаза r и структуры изображения. Рекомендуется увеличивать изображение с каждой стороны на величину $2r$. Благодаря расширению уровень влияния артефактов уменьшается, но время восстановления увеличивается. В некоторых приложениях это может быть критично. Тогда стоит выбирать размер зоны расширения в зависимости от структуры изображения: если на краях изображения нет важных деталей, то ширина равна r , иначе – $2r$. Чтобы свести яркость монотонно к нулю, предлагается использовать следующую функцию:

$$W(x, y) = \begin{cases} 1, & 2S_X + 1 \leq x \leq M - 2S_X - 1 \\ & 2S_Y + 1 \leq y \leq N - 2S_Y - 1 \\ w(n), & S_X \leq x \leq 2S_X, S_Y \leq y \leq 2S_Y \\ 0, & \text{в остальных случаях} \end{cases}, \quad (10)$$

где M, N – размеры изображения, $S_X = \text{round}(m/4)$, $S_Y = \text{round}(n/4)$, m, n – размеры

ИХ оператора искажения, функция *round* – округление в большую сторону, а $w(n)$ – весовая функция Хэмминга:

$$w(n) = 0.54 - 0.46 \cos \frac{2\pi n}{N-1}.$$

В случае использования (10), результат восстановления получается заметно лучше, чем при использовании прямоугольного окна.

Таким образом, для предотвращения появления артефактов следует расширять изображение, выбрав параметры в соответствии с поставленной задачей и назначить каждому пикселю вес с помощью (10).

Выбор оптимального количества итераций для алгоритма. Если оригинальное изображение известно, то оптимальное количество итераций можно определить по норме разности между ним и восстановленным изображением:

$$\|I - J\| = \sqrt{\sum_{(i,j)} (I(i,j) - J(i,j))^2}.$$

Когда значение нормы будет минимально, необходимо завершить работу алгоритма. На практике оригинальное изображение не известно, будем использовать норму разности восстановленных изображений на текущей (k -ой) и предыдущих итерациях ($S_k = \|\hat{f}_k - \hat{f}_{k-1}\|^2$). Чтобы краевые артефакты оказывали меньшее влияние на работу критерия останова, будем рассматривать только 1/10 пикселей центральной части изображения. Эксперименты показали, что чем ближе количество проделанных итераций (9) к оптимальному числу итераций, тем более гладко изменяется значение нормы S_k . Поэтому, установив ту итерацию, которая принесёт меньшее изменение этой нормы, чем другие, после неё возможно закончить итерационный процесс восстановления. Для этого предлагается дополнение алгоритма Люси-Ричардсона (алгоритм 1) (далее в обозначениях I_{blur} – искажённое изображение размером $M \times N$).

Экспериментальные результаты и выводы

Рассмотрим результаты применения предложенных адаптаций метода: расширение изображения и критерий останова процесса восстановления на нескольких примерах.

Покажем, как работают предложенные адаптации на искусственно искажённом изображении. На вход алгоритма подается искажённое изображение (600×450) со смазом в 30 пикселей под углом 28° (рис. 2б).

Алгоритм 1 Дополнение алгоритма Люси-Ричардсона.

- 1: Найдём нормировочный коэффициент (ско) для области Ω , состоящей из центральных пикселей изображения:

$$avr = \frac{1}{MN} \sum_{(i,j)} I_{blur}(i,j)$$

$$J = I_{blur} - avr$$

$$n = \sum_{(i,j) \in \Omega} J(i,j).$$
- 2: Выполняем 5 итераций алгоритма Люси-Ричардсона (9). Полагаем $k = 6$.
- 3: Переходим к следующей (k -ой) итерации и находим оценку изображения \hat{f}_k в соответствии с (9).
- 4: Находим норму разности $S_k = \|\hat{f}_k - \hat{f}_{k-1}\|^2$.
- 5: Чтобы избежать резких изменений S_k и ложных срабатываний критерия, проведём сглаживание:

$$S_k := 1/4 \cdot S_{k-2} + 1/2 \cdot S_{k-1} + 1/4 \cdot S_k.$$
- 6: **если** $\max(S_{k-4}, S_{k-3}, S_{k-2}, S_{k-1}, S_k) < \sigma_\Omega \cdot 10^{-3}$
то
- 7: **если** величина смаза $r < 15$ **то**
- 8: **останавливаемся** на $k + 26$ итерации.
- 9: **иначе**
- 10: **останавливаемся** на $k + 1$ итерации.
- 11: **иначе**
- 12: **увеличиваем** k на 1 и переходим к шагу 3.



Рис. 2: а) Оригинальное изображение, б) Искажённое изображение (смаз – 30 пикселей под углом 28°)

Так как мы имеем в наличии неискажённое изображение (рис. 2), то можем оценить оптимальное количество итераций для восстановления изображения с помощью нормы разности между восстановленным и оригинальным изображением. Окажется, что нужно остановиться на 119-й итерации.

В соответствии с предложенным выше критерием останова, процесс восстановления прекращается на 77 итерации. Результат рассмотрим на рис. 3.

Уровень искажения DL (Distortion Level) определяется следующим образом:

$$DL = -10 \lg \frac{\sum_{(i,j) \in \Omega} I(i,j)^2}{\sum_{(i,j) \in \Omega} (I(i,j) - J(i,j))^2},$$

где $I(i,j)$ – значения яркости в пикселе (i,j) оригинального изображения, $J(i,j)$ – яркость в отсчё-



Рис. 3: Результат восстановления искажённого изображения 2 с помощью алгоритма Люси-Ричардсона: а) 119 итераций, б) 77 итераций

Таблица 1: Результаты работы алгоритма для искажённого изображения 2. Величина смаза 30 пикселей, угол – 28° . Время указано для компьютера с процессором Intel Core 2 Duo, 2,20GHz.

Уровень искажения, дБ	Искажённого изображения	
		–21,0
	После 119 итераций	–27,7
	После 77 итераций	–27,5
Время выполнения, с	119 итераций	19,8
	77 итераций	11,5

тах искажённого изображения, Ω – рассматриваемая область, состоящая из 1/10 пикселей центральной части изображения.

Из таблицы 1 и рис. 3 видно, что результат восстановления после 77 итераций по качеству не уступает результату после 119 итераций. Разница в 0,2 дБ является несущественной. Кроме того, вычислительные затраты стали меньше. Значит, использование предложенного критерия для данного искажённого изображения корректно.

Рассмотрим пример с изображением, природа искажения которого нам неизвестна.



Рис. 4: Пример работы метода: а) Искажённое изображение (600×482), б) Восстановленное изображение

Предложенный алгоритм определил параметры искажения изображения на рисунке 4а: величина смаза равна 22 пикселям, а угол – 45° . Количество итераций, необходимых для восстановления, составляет 45 (время выполнения 11,2 с). На изображении 4б можно прочесть автомобильный номер и рассмотреть мелкие детали изображения, которые не видны на рисунке 4а, поэтому можно утверждать, что восстановление прошло успешно.

Для того чтобы получить описанный выше критерий останова алгоритма была проведена серия экспериментов на изображениях с различной структурой и различными смазами. В ходе опытов проводился анализ изменения изображений на каждой итерации. Были сделаны выводы о том, что с помощью нормы разности $S_k = \|\hat{f}_k - \hat{f}_{k-1}\|$ на k -ой итерации можно определить номер итерации, на которой алгоритм должен прекратить восстановление без потери в качестве изображения.

В дальнейшем планируются исследования в использовании алгоритма Люси-Ричардсона и его адаптаций для компенсации нелинейных смазов.

Литература

- [1] Бъемон Ж., Лагендейк Л., Мерсеро Р.М. Итерационные методы улучшения изображений // ТИИЭР, 1990. – № 5.
- [2] Гонсалес Р.С., Вудс Р.Е. Цифровая обработка изображений. – Москва: Техносфера, 2012. – 1104 с.
- [3] Biggs D.S.C., Andrews M. Acceleration of iterative image restoration algorithms // Applied Optics, 1997. – Vol. 36 (No. 8).
- [4] Jansson P.A. Deconvolution of images and spectra // New York: Academic Press, 1997. – 2nd ed.
- [5] Lucy L.B. An iterative technique for the rectification of observed distributions // The Astronomical journal, 1974. – vol. 79 (No. 6).
- [6] Meinel E.S. Optical of linear and non-linear recursive restoration algorithms // Journal of the Optical Society of America, June 1986. – vol. 3 (No. 6). – pp.787-799.
- [7] Richardson W.H. Bayesian-Based Iterative Method of Image Restoration // Journal of the optical society of America, 1972. – vol. 62 (No. 6).