

Быстрый алгоритм совмещения контуров изображений, связанных изотропным аффинным преобразованием

Д. Сунгатуллина, А. Крылов

Лаборатория математических методов обработки изображений

Факультет вычислительной математики и кибернетики

Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова, Россия

diana.sungatullina@gmail.com, kryl@cs.msu.ru

Аннотация

В данной работе предложен быстрый алгоритм совмещения изображений, основанный на поиске соответствий между точками контуров шаблона и наблюдения. Метод позволяет находить соответствия между точками шаблона и наблюдения за время $O(M \log M)$, где M – число совмещаемых точек на контуре, практически не ухудшая качество совмещения по сравнению с обычно используемым венгерским алгоритмом. Это достигается благодаря итеративному процессу исключения точек контура, совмещение которых прошло с максимальной ошибкой, и уточнению параметров преобразования для оставшихся точек.

Ключевые слова: совмещение изображений, совмещение контуров, аффинные преобразования, обработка гистологических изображений.

1. ВВЕДЕНИЕ

Совмещение изображений – фундаментальная задача в различных сферах обработки изображений, таких, как реконструирование 3-D сцены, распознавание объектов, построение карт глубины, обработка медицинских и аэрокосмических изображений, где данные, полученные с разных позиций, в различное время или с различных датчиков, должны быть выровнены или сравнены. При совмещении изображений происходит пространственное выравнивание двух изображений сцены так, что для каждой точки первого изображения (наблюдение) ищется преобразование, которое ставит в соответствие точку на втором изображении (шаблон). Большинство существующих методов направлены на поиск параметров линейного преобразования [8], [3] (подобия, аффинного), однако некоторые приложения содержат и нелинейные преобразования [18] (проективное, полиномиальное, эластичное). В нашей работе рассматриваются аффинные преобразования.

Методы совмещения изображений можно разделить на две большие категории: методы, основанные на анализе интенсивности, и методы, основанные на анализе ключевых точек. Методы, основанные на анализе интенсивности, либо оценивают параметры преобразования непосредственно, используя интенсивности в совмещаемых областях [11], [2], либо определяют метрику и находят решение с помощью вычислительно трудоемкой нелинейной оптимизации [5]. Недостатками данных методов являются предположение о малости преобразований, а также проблемы локальных минимумов при оптимизации. Во втором случае на каждом изображении выделяются ключевые точки (замкнутые границы, контуры, пересечения линий, углы и так далее), характеризующие данное изображение [11], [4]. Параметры

преобразования восстанавливаются на основе решения системы уравнений, которая была построена после извлечения ключевых точек и установления соответствий между ними. В качестве дескрипторов ключевых точек могут использоваться SIFT [10], SURF [1], функции Гаусса-Лагерра [12] и другие.

2. СОВМЕЩЕНИЕ ПО КОНТУРАМ

Данный метод относится к классу методов, основанных на анализе ключевых точек, и является модификацией метода, описанного в [15].

Процесс совмещения граничных точек включает в себя три этапа: вычисление дескриптора граничных точек, поиск соответствий между граничными точками и вычисление параметров аффинного преобразования.

2.1. Дескриптор граничных точек

В первую очередь, для каждой точки p замкнутого контура E в плоскости (O, X, Y) устанавливается ортогональная положительно определённая система координат (c, x_p, y_p) , где c – центр масс границы фигуры; x_p – ось, коллинеарная вектору cp ; y_p – ось, ортогональная оси x_p , как показано на рис. 1.

После определения локальной системы координат (c, x_p, y_p) все точки контура E проецируются на ось y_p . Положим v_{min} и v_{max} – минимальное и максимальное значения проекций контура E на ось y_p . Разделим отрезок $[v_{min}, v_{max}]$ на $2N + 1$ часть:

$$\left\{ \begin{array}{l} [v_{min}, v_{min} (1 - \frac{1}{2N})], \\ [v_{min} (1 - \frac{2k-1}{2N}), v_{min} (1 - \frac{2k+1}{2N})], k = \overline{\{1, N-1\}} \\ [v_{min} \frac{1}{2N}, v_{max} \frac{1}{2N}], \\ [v_{max} (1 - \frac{2k+1}{2N}), v_{min} (1 - \frac{2k-1}{2N})], k = \overline{\{1, N-1\}} \\ [v_{max} (1 - \frac{1}{2N}), v_{max}]. \end{array} \right. \quad (1)$$

На каждом из этих отрезков найдем проекции двух точек контура p_k^t и p_k^b , расстояние между которыми максимально. В том случае, если пар точек несколько, выбирается любая. Составим список точек, характеризующих точку p :

$$[x_1^t, x_1^b, x_2^t, x_2^b, \dots, x_{2N+1}^t, x_{2N+1}^b] \quad (2)$$

Поскольку двум разным точкам контура может соответствовать один и тот же список точек, в конец списка также добавим саму точку p . Для каждой точки p контура E по списку точек (2) вычисляется дескриптор DOPM [16]. Опишем его алгоритм.

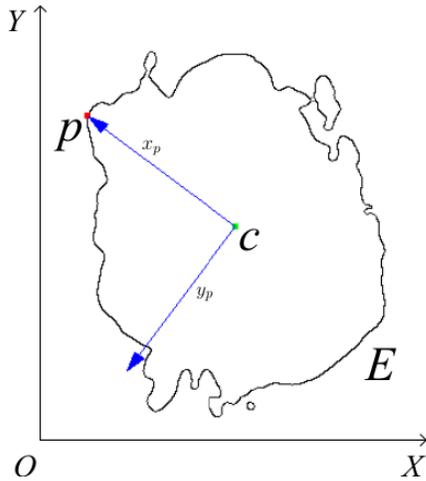


Рис. 1. Выбор локальной системы координат для каждой точки контура

Далее будем полагать, что x и y содержат центрированные координаты. Представим список точек (2) в виде матрицы:

$$(3)$$

где каждая строка (x_i, y_i) – координаты i -й точки в наборе точек (2). В предположении о том, что матрица полного ранга, запишем ее в однородных координатах:

$$(4)$$

Тогда матрица аффинного преобразования A в однородной системе координат имеет вид:

$$(5)$$

где (x_0, y_0) – вектор переноса; A – матрица линейного преобразования. Положим, что точки наблюдения получены из точек шаблона (x_s, y_s) в результате аффинного преобразования A и перестановки P :

$$(6)$$

где P – матрица перестановки, устанавливающая соответствия между точками шаблона и наблюдения. Было показано [17], что если A – матрица ортогональных проекций на пространства столбцов матриц X и Y соответственно, то верно

$$(7)$$

Данное равенство показывает, что матрицы A и P равны с точностью до перестановки. Известно [6], что для матриц, равных с точностью до перестановки, верно:

$$(8)$$

где d_i – диагональные элементы A и P , соответственно. Таким образом, диагонали содержат одни и те же элементы, но в разном порядке. Переупорядочив элементы, например, по убыванию, получим дескриптор, инвариантный к аффинным преобразованиям.

Подробное доказательство аффинной инвариантности полученного дескриптора приведено в работах [15] и [16].

2.2. Поиск соответствий между граничными точками

Пусть P – точка на контуре шаблона, C – точка на контуре наблюдения. Стоимость соответствия двух точек, вычисляется через J -статистику между дескрипторами:

где x_p и y_p – дескрипторы P и C точек, соответственно.

Для набора стоимостей J для всех пар точек контуров шаблона и наблюдения необходимо решить следующую задачу минимизации:

$$(9)$$

Задача (9) является частным случаем задачи о назначениях, классическим методом решения которой является венгерский алгоритм [9] с вычислительной сложностью $O(n^3)$, где n – ранг матрицы J .

В данной работе вместо венгерского алгоритма предлагается использовать более простой жадный алгоритм ближайшего соседа с вычислительной сложностью $O(n^2)$ [13] и итеративно анализировать правильность совмещенных точек контура. Предлагаемый ускоренный метод описан в следующем параграфе.

2.3. Вычисление параметров аффинного преобразования

Внесем координаты сопоставленных точек шаблона и наблюдения в столбцы матриц X и Y , соответственно. Для поиска аффинного преобразования с матрицей A и вектором переноса ограничимся классом изотропных аффинных преобразований, для которых матрицу A можно представить в виде:

$$(10)$$

где α – коэффициент масштабирования; R – матрица поворота.

Параметр α находится из соотношения площадей фигур, а вектор переноса соединяет центры масс контуров шаблона и наблюдения. Таким образом, необходимо найти лишь ортогональную матрицу поворота R . Как и ранее, X и Y содержат центрированные координаты.

Задача поиска оптимальной матрицы поворота в смысле среднеквадратичного отклонения между двумя системами координат по набору точек известна как задача Вахба [14]:

$$(11)$$

Решение задачи (11) находится с помощью алгоритма Кабша [7], для чего вычисляется сингулярное разложение матрицы ковариации:

$$(12)$$

Тогда решение задачи (11) имеет вид:

$$(13)$$

где R – искомая матрица поворота.

Ошибки сопоставления точек шаблона и наблюдения приводят к решению R , сильно отличающемуся от точного решения задачи поиска матрицы поворота. Основная идея предлагаемого метода состоит в следующем: итеративно исключить половину точек, совмещение которых прошло с максимальной ошибкой, повторить алгоритм (10) – (13) для оставшихся координат. Итеративный процесс продолжается пока точность совмещения шаблона и наблюдения растет либо до тех пор, пока не останется одна пара точек.

Для оценки точности совмещения двух изображений используется коэффициент Жаккара:

$$J(x, A^{-1}y) = \frac{|x \cap A^{-1}y|}{|x \cup A^{-1}y|}, \quad (14)$$

где x – шаблон; y – наблюдение; A^{-1} – искомое преобразование. Как правило, для достижения точности совмещения более 0.9 достаточно трех итераций.

3. РЕЗУЛЬТАТЫ

Тестирование метода производилось на базе гистологических образцов, предоставленных РНЦХ имени академика Б.В. Петровского. Примеры работы предложенного метода совмещения при $N = 9$ представлены на рис. 2 – 3. Характерные результаты сравнительного анализа разработанного и существующих методов для гистологических изображений приведены в таблице. Тестирование показало практическую эффективность предложенного метода.

Метод	Время	Точность
ДОПМ + венгерский [15]	$O(M^3)$	0.9435
Метод моментов [2]	$O(M)$	0.8572
Предложенный	$O(M \log M)$	0.9429

Сравнение методов совмещения контуров изображений

4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Разработан быстрый алгоритм совмещения медицинских изображений образцов тканей, основанный на поиске соответствий между точками контуров шаблона и наблюдения. Задача поиска соответствий известна как задача о назначениях, классическим методом решения которой является венгерский алгоритм, с вычислительной сложностью $O(M^3)$, где M – количество точек контура шаблона или наблюдения. Предложенный метод позволяет находить соответствия между точками шаблона и наблюдения за время $O(M \log M)$, практически не ухудшая качество совмещения, благодаря итеративному процессу исключения точек, совмещение которых прошло с максимальной ошибкой, и уточнения параметров преобразования для оставшихся точек.

5. БЛАГОДАРНОСТИ

Работа выполнена при поддержке гранта РНФ 14-11-00308.

6. ССЫЛКИ

- [1] Bay H., Ess A., Tuytelaars T., Gool L. SURF: Speeded up robust features, *Computer Vision and Image Understanding*, vol. 110, no. 3, 2008. – P.346 – 359.
- [2] Domokos C., Nemeth J., Kato Z. Nonlinear shape registration without correspondences, *IEEE Transactions on pattern analysis and machine intelligence*, vol. 34, no. 5, 2012. – P. 943 - 958.
- [3] Feldmar J., Ayache N. Rigid, affine and locally affine registration of free form surfaces, *International Journal of Computer Vision*, vol.18, no. 2, 1996. – P. 99 – 119.
- [4] Guo H., Rangarajan A., Joshi S., Younes L. Non-rigid registration of shapes via diffeomorphic point matching, *Proceedings of the IEEE International Symposium on*

Biomedical Imaging: From Nano to Macro, 2004. – P. 924 - 927.

- [5] Hansen M.S., Hansen M.F., Larsen R. Diffeomorphic statistical deformation models”, *Proceedings of the IEEE International Conference on Computer Vision*, 2007. – P. 1 - 8.
- [6] Horn R., Johnson C. Matrix analysis Cambridge, U.K.: Cambridge University Press, 1985.
- [7] Kabsch W. A solution for the best rotation to relate two sets of vectors, *Acta Crystallographica Section A*, vol. 32, no. 5, 1976. – P. 922 - 923.
- [8] Kadyrov A., Petrou M. Affine parameter estimation for the trace transform, *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, vol. 28, no. 10, 2006. – P. 1631 - 1645.
- [9] Kuhn H. The Hungarian Method for the assignment problem, *Naval Research Logistics Quarterly*, vol. 2, no. 1 - 2, 1955. – P. 83 - 97.
- [10] D.G. Low, “Distinctive image features from scale-invariant keypoints”, *International Journal of Computer Vision*, vol.60, pp.91-110, 2004.
- [11] Mann S., Picard R.W. Video orbits of the projective group a simple approach to featureless estimation of parameters, *IEEE Transactions on Image Processing*, vol. 6, no. 9, 1997. – P. 1281 - 1295.
- [12] Sorokin D., Krylov A. Gauss-Laguerre-Hermite methods of keypoint extraction, *Pattern Recognition and Image Analysis*, vol. 21, no. 2, 2011. – P. 332 - 334.
- [13] Vaidya P. An $O(n \log n)$ algorithm for the all-nearest-neighbors problem, *Discrete and Computational Geometry journal*, vol. 4, no. 1, 1989. – P. 101 - 115.
- [14] Wahba G. A Least Squares Estimate of Satellite Attitude, *SIAM Review*, vol. 7, no. 3, 1965. – P. 409 – 411.
- [15] Wang W., Jiang Y., Xiong B. and others. Contour matching using the-affine-invariant support point set, *IET Computer Vision*, vol. 8, no. 1, 2014. – P. 35 – 44.
- [16] Wang Z., Liang M. Locally affine invariant descriptors for shape matching and retrieval, *IEEE Signal Processing Letters*, vol. 17, no. 9, 2010.
- [17] Wang Z., Xia H. Dimension-free affine shape matching through subspace invariance, *IEEE Conf. Computer Vision and Pattern Recognition*, 2009. – P. 357 - 364.
- [18] Zagorchev L., Goshtasby A. A comparative study of transformation functions for nonrigid image registration, *IEEE Transactions on Image Processing*, vol. 15, no. 3, 2006. – P. 529 - 538,
- [19] Zitova B., Flusser J. Image registration methods: a survey, *Image and Vision Computing*, vol. 21, 2003. – P. 977 – 1000.

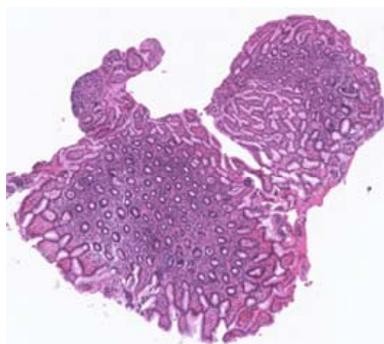
Об авторах

Сунгатуллина Диана – аспирантка кафедры математической физики факультета вычислительной математики и кибернетики Московского государственного университета имени М.В. Ломоносова.

E-mail: diana.sungatullina@gmail.com

Крылов Андрей – профессор, заведующий лабораторией математических методов обработки изображений факультета вычислительной математики и кибернетики Московского государственного университета имени М.В. Ломоносова.

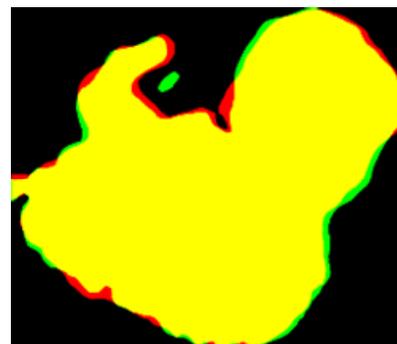
E-mail: kryl@cs.msu.ru



а) шаблон

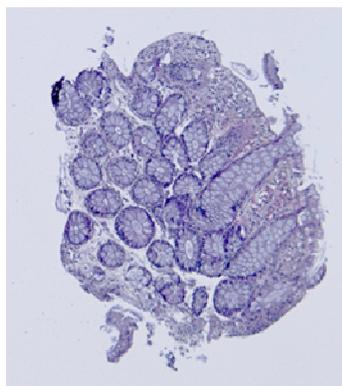


б) наблюдение

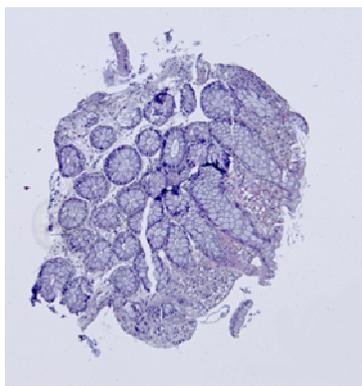


в) $J = 0,9363$

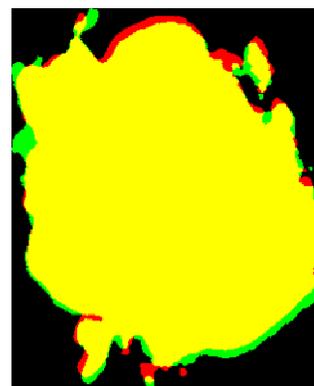
Рис. 2. Результаты работы программы по совмещению гистологических изображений по контурам: красная (темно-серая) фигура – шаблон ; зеленая (светло-серая) – наблюдение , к которому применили обратное преобразование ; желтая (белая) область – пересечение и .



а) шаблон



б) наблюдение



в) $J = 0,9214$

Рис. 3. Результаты алгоритма совмещения срезов тканей по контурам: красным (темно-серым) цветом обозначен шаблон ; зеленым (светло-серым) – наблюдение , к которому применили обратное преобразование ; желтая (белая) область – пересечение и .