НЕЛИНЕЙНАЯ ОРТОГОНАЛЬНАЯ ФИЛЬТРАЦИЯ ЦИФРОВЫХ ИЗОБРАЖЕНИЙ

В. Сазонов, М. Щербаков

Пензенский государственный университет, Пенза, Россия

Аннотация

Современные системы контроля и наблюдения позволяют получать оперативную информацию о параметрах технологического процесса, что в значительной степени повышает надежность и эффективность управления производственными процессами. Однако подобные системы управления и контроля распределенными объектами постоянно сталкиваются с проблемой качества и достоверности исходной информации. Для устранения или минимизации дестабилизирующего воздействия шумов и помех широко используют различные методы и алгоритмы предварительной обработки информации, в частности, процедуры цифровой фильтрации сигналов и изображений.

Изложена процедура построения нелинейного SVD-фильтра с адаптацией к локальным свойствам изображения. Приведен пример эффективной нелинейной «сингулярной» фильтрации подавления помех

Ключевые слова: *нелинейная фильтрация, цифровая обработка изображений, фильтр Винера-Колмогорова, сингулярное разложение матриц, аппроксимация матриц.*

1. ВВЕДЕНИЕ

В общем случае решение задачи восстановления стационарного случайного сигнала или процесса на фоне случайных шумов и помех предполагает выбор одной из двух (как минимум) гипотез: определена или нет априорная модель исходного сигнала. Это принципиальный момент, во многом определяющий дальнейшее решение поставленной задачи.

В первом случае наблюдаемый сигнал целенаправленно подгоняется под выбранную модель; при этом помеха рассматривается как пассивный параметр оценки несоответствия между моделью и сигналом.

Принято считать, что наилучшее восстановление для класса стационарных гауссовых сигналов достигается линейной системой, а ее оптимальной реализацией является фильтр Винера-Колмогорова [1, 2], который может быть представлен в следующем виде:

$$\hat{x}_{i,j} = \frac{\sigma_x^2}{\sigma_x^2 + \sigma_\eta^2} y_{i,j} \quad , \tag{1}$$

где σ_x^2 - дисперсия полезного сигнала; σ_η^2 - дисперсия шума; $\hat{x}_{i,j}$ - восстановленный элемент исходного изображения; $y_{i,j}$ - элемент наблюдаемого изображения.

Соответственно, эффективность работы фильтра Винера в данных условиях во многом определяется точностью количественной оценки шумовой компоненты. Однако данный подход обладает некоторыми недостатками, в том числе:

- оптимальность достигается интегрально по всей совокупности анализируемого процесса [1];
- возможная неустойчивость алгоритмов фильтрации [2].

Эти недостатки хорошо известны, они привели к появлению целого ряда достаточно успешных модификаций фильтра Винера, например, или в виде апертурных (масочных) алгоритмов, работающих в окрестности локальных точек [1, 2], или в виде робастных (устойчивых) алгоритмов [3].

В целом же, следует признать, что эти подходы зачастую противоречат друг другу, поскольку переход к локальной оптимизации в силу естественного ограничения объема исходных данных может приводить к практической невозможности построения статистически устойчивых алгоритмов.

2. ЛОКАЛЬНАЯ ФИЛЬТРАЦИЯ ИЗОБРАЖЕНИЙ НА ОСНОВЕ СИНГУЛЯРНОГО РАЗЛОЖЕНИЯ

Пусть $x_{i,j}$ – значение яркости полезного изображения на пересечении i-й строки и j-го столбца, а наблюдаемое изображение описывается моделью:

$$y_{i,j} = x_{i,j} + \eta_{i,j}, \quad i = \overline{0, I-1}\,,\ j = \overline{0, J-1}\,. \tag{2}$$

Здесь $\eta_{i,j}$ - значение помехи в точке с координатами (*i, j*); *f(·)* - функция, описывающая взаимодействие сигнала и помехи, а *I* и *J* - соответственно, число строк и столбцов изображения.

Рассмотрим некоторую *k*-окрестность точки наблюдаемого изображения $y_{m,m\in 2k-1}(i, j)$, где *k* - апертура пространственного фильтра.

Такое представление элемента изображения позволяет сформировать подматрицу наблюдаемых данных **A** размером $(2k-1)\times(2k-1)$, подлежащую дальнейшей обработке (без потери общности будем считать данную область локально стационарной). Одним из наиболее эффективных методов статистического анализа матриц является ее SVD-разложение с целью приведения к каноническому виду [3, 4].

Пусть матрица $\mathbf{A} \in \mathbf{R}^{\mathbf{m\times n}}$ имеет *m* столбцов и *n* строк, причем *m* > *n*. Такая матрица может быть представлена в виде разложения:

$$\mathbf{A} = \mathbf{U}\cdot\mathbf{S}\cdot\mathbf{V}^{\mathbf{T}} = \sum_{\mathbf{i=1}}^{\mathbf{n}} \sigma_{\mathbf{i}} \mathbf{u_i} \mathbf{v_i^T}, \tag{3}$$

где $\mathbf{u_i}$ и $\mathbf{v_i}$ - левый и правый сингулярные векторы матрицы **A**, являющиеся ортонормированными столбцами матриц $\mathbf{U} \in \mathbf{R}^{\mathbf{m\times m}}$ и $\mathbf{V} \in \mathbf{R}^{\mathbf{n\times n}}$, соответственно; $\sigma_i \geq 0$ - диагональные элементы матрицы **S**, называемые сингулярными числами матрицы **A**.

В случае если соблюдается соотношение $\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \cdots \geq \sigma_n \geq 0$, где $\sigma_n > 0$, и матрица **A** имеет полный ранг, то ее можно представить в виде разложения

$$\mathbf{A} = \sigma_1 \cdot \mathbf{A_1} + \sigma_2 \cdot \mathbf{A_2} + ... + \sigma_n \cdot \mathbf{A_n} = \sum_{i=1}^{n} \sigma_i \cdot \mathbf{A}_i , \quad (4)$$

где $\mathbf{A}_i = \mathbf{u}_i \cdot \mathbf{v}_i^{\mathbf{T}}$ - внешнее произведение столбца унитарной матрицы **U** и соответствующего столбца унитарной матрицы **V**.

В терминах матричного анализа SVD-разложение (3, 4) предполагает возможность аппроксимации матрицы исходных данных матрицей более низкого ранга, что при восстановлении изображений, искаженных аддитивными некоррелированными шумами (2), позволяет разделить наблюдаемую матрицу **A** на две компоненты: «полезное» изображение и шум. В качестве критерия эффективности матричной аппроксимации можно использовать критерий вида:

$$\lambda(p) = \frac{\sum_{i=1}^{p} \sigma_i^2}{\sum_{i=1}^{p} \sigma_i^2 + \sum_{j=p+1}^{n} \sigma_j^2} \le \lambda_{опт} , \quad (5)$$

где $\lambda_{опт}$ - эффективный порог аппроксимации, позволяющий оценить «мощность» шумов $\sum_{j=p+1}^{n} \sigma_j^2$, удаляемых из рассмотренной окрестности матрицы исходных данных.

Можно заметить, что критерий (5) матричной SVD-аппроксимации полностью повторяет и структуру, и физический смысл классического фильтра Винера-Колмогорова (2).

Важнейшим свойством предложенного подхода является робастность данной SVD-фильтрации, так как любое пренебрежимо малое (даже равное нулю) значение сингулярного числа автоматически относится к шумовой составляющей, что полностью гарантирует устойчивость предложенного алгоритма.

3. НЕЛИНЕЙНЫЙ SVD-ФИЛЬТР, АДАПТИРОВАННЫЙ К ЛОКАЛЬНЫМ СВОЙСТВАМ ИЗО-БРАЖЕНИЯ

Следует отметить, что в восстановленном с помощью SVD-фильтра изображении практически отсутствуют искаженные шумом области, однако его контрастность по отношению к исходному изображению в определенной степени ухудшилась. Это вполне ожидаемый результат, так как и фильтр Винера и SVD-фильтр Винера-Колмогорова [4] относятся к классу линейных НЧ-фильтров.

Для устранения указанного недостатка в [5] был предложен новый подход к проектированию нелинейных фильтров с адаптацией к локальным свойствам изображений. На его основе можно построить различные структуры цифровых нелинейных фильтров, отличающихся видом оценок, используемых для анализа локальных свойств сигналов, и параметрами адаптации.

В частности, входной процесс $x(n)$ может быть представлен в виде низкочастотной $x_L(n)$ и высокочастотной $x_H(n)$ составляющих, а выходной сигнал $y(n)$ фильтра формируется как сумма

$$y(\mathbf{n}) = x_L(\mathbf{n}) + \alpha x_H(\mathbf{n}) , \quad (6)$$

где n = *[n1, n2]* - вектор, определяющий координаты точки (пикселя) изображения, а параметр α адаптации определяется локальным значением критерия (5).

В зависимости от локальных свойств изображения (фон или перепад) параметр α должен усиливать либо ослаблять вклад нелинейной составляющей фильтра.

Таким образом, поведение данного нелинейного фильтра будет иметь адаптивный характер, изменяясь в зависимости от локальных свойств входного сигнала. Исходя из выбранной модели (6), была разработана нелинейная модификация SVD-фильтра, сохраняющая контрастные свойства изображений.

Будем формировать выходной сигнал фильтра, согласно следующему выражению:

$$y(n) = (1 - \alpha_n) x(n) + \alpha_n \hat{x}(n) , \quad (7)$$

где α_n - параметр адаптации; $-1 \le \alpha_n \le 1$, а $\hat{x}(n)$ - выходной сигнал линейного SVD-фильтра.

Если параметр $\alpha_n = 1$, то выражение (7) будет соответствовать линейному фильтру нижних частот, при $\alpha_n = -1$ – фильтру верхних частот, а при $\alpha_n = 0$ входной сигнал будет передаваться без изменения. Определяя соответствующим образом параметр α адаптации, можно изменять поведение фильтра в зависимости от локальных свойств входного сигнала.

а б в

Результаты нелинейной SVD-фильтрации изображения:
а – исходное изображение; б – изображение, искаженное гауссовым шумом; в – результат адаптивной нелинейной фильтрации

Допустим, требуется обеспечить фильтрацию широкополосного шума без искажения фронтов. В этом случае фильтр должен изменять свое поведение, проявляя низкочастотные свойства на пологих участках изменения входного сигнала и высокочастотные – при обнаружении перепадов.

Одним из вариантов преобразования критерия λ_n в параметр адаптации α_n является кусочно-линейная функция

$$\alpha_n = \begin{cases} 1, & \lambda_n < a; \\ \dfrac{2\lambda_n - a - b}{b-a}, & a \le \lambda_n \le b; \\ -1, & \lambda_n > b, \end{cases} \tag{8}$$

где предварительная настройка фильтра на заданный динамический диапазон осуществляется изменением величин порогов a и b.

Пример фильтрации зашумленного изображения приведен на рисунке. В качестве входного использовалось изображение «Замок» (рис., а), искаженное гауссовым шумом с дисперсией σ_η=0.01 (рис., б). Результат адаптивной нелинейной фильтрации вида (7) показан на рис., в. Параметр адаптации формировался согласно выражениям (5) и (8). Из приведенных результатов видно, что качество изображения после нелинейной обработки отличается высокой степенью подавления шума и четкостью деталей изображения.

4. ВЫВОДЫ И РЕКОМЕНДАЦИИ

❖ Показано использование сингулярного разложения матрицы исходных данных для оперативного восстановления изображений, искаженных помехами различной природы.

❖ Предложен подход к построению нелинейных SVD-фильтров с адаптацией к локальным свойствам изображений.

❖ Приведенный пример иллюстрирует потенциальные возможности нелинейной SVD-фильтрации при восстановлении изображений.

❖ Анализ влияния размера апертуры и выбора порога эффективности SVD-аппроксимации, а также параметров адаптации на качество восстановления является отдельной задачей и требует дополнительных исследований.

5. ССЫЛКИ

[1] Гонсалес Р., Вудс Р. Цифровая обработка изображений. – М.: Техносфера, 2005. - 1072 с.

[2] Прэтт У. Цифровая обработка изображений; пер. с англ. – М.: Мир, 1982. – Кн.1 – 312 с.

[3] Голуб Дж., Ван Лоун Ч. Матричные вычисления; пер. с англ. – М.: Мир, 1999. – 548 с.

[4] Сазонов В.В., Щербаков М.А. Применение сингулярного фильтра Винера-Колмогорова при восстановлении изображений // Инновационные информационные технологии: Труды междун. науч.-практ. конф. – М.: МИЭМ, 2012. – С. 309 – 312.

[5] Щербаков М.А., Сазонов В.В. Проектирование нелинейных фильтров с адаптацией к локальным свойствам изображения // Проблемы автоматизации и управления в технических системах: Труды международного симпозиума. – Пенза: Пенз. гос. ун-т. – 2013. – С. 185 – 191.

Об авторах

Сазонов Владимир – докторант, Пензенский государственный университет.

E-mail: sazonov@inbox.ru

Щербаков Михаил – доктор технических наук, профессор, заслуженный деятель науки РФ, заведующий кафедрой автоматики и телемеханики, Пензенский государственный университет.

E-mail: avitel@pnzgu.ru