

# Исправление перспективных искажений с помощью зеркала

Павел Михайлов

Омский государственный университет им. Ф.М. Достоевского, Омск

cs11mih@mail.ru

## Аннотация

Целью данной работы является улучшение существующих систем видеонаблюдения за счет уменьшения перспективных искажений, появляющихся на изображении из-за расположения камеры под углом к объекту наблюдения. Предлагается исправлять возникающие искажения с помощью зеркала особой формы. Получено дифференциальное уравнение для поверхности зеркала, обладающего требуемыми свойствами, уравнение решено численно. Свойство зеркала устранять перспективные искажения проверено моделированием рассматриваемой оптической системы методом трассировки лучей. Обозначены границы применимости полученной оптической системы и ее возможные улучшения.

**Ключевые слова:** коррекция перспективы, трассировка лучей, зеркало, аберрации оптических систем.

## 1. ВВЕДЕНИЕ

Перспективные искажения обычно возникают в случае, если плоскость изображения и плоскость предмета не параллельны между собой. Например, при фотографировании высоких объектов с уровня земли (архитектурных сооружений) линии, вертикальные на фотографируемом объекте, на изображении получаются наклонными. На рис.1(слева) представлено расположение камеры над серединой фотографируемого объекта (в случае фотографирования архитектурных сооружений – посередине высоты здания). В этом случае перспективные искажения отсутствуют, черно-белые полосы на изображении одинаковы по ширине.

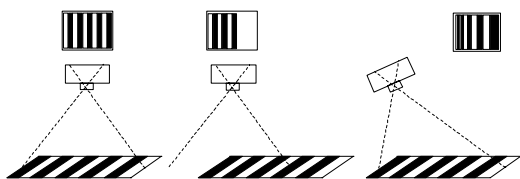


Рис. 1 – взаимное расположение предмета и камеры

Но, как правило, не удастся расположить камеру точно над объектом наблюдения. Здания приходится фотографировать с земли, камера наблюдения располагается не над улицей, а, например, на стене одного из зданий (рис. 1, по центру). В этом случае, если плоскости изображения и предмета параллельны, перспективных искажений нет, но не весь предмет помещается в кадр. Поэтому камеру приходится наклонять, чтобы в кадр попал весь предмет (рис. 1, справа). В этом случае черные и белые полосы имеют разную ширину, проявляются перспективные искажения. Чем дальше область предмета расположена от плоскости изображения, тем меньше ее ширина на изображении.

Существуют различные способы исправления перспективных искажений. Программные методы коррекции

[6] устраняют видимые искажения (вертикальные на предмете, но сходящиеся на изображении линии после коррекции становятся вертикальными), но при этом расположенные дальше от плоскости изображения области предмета не становятся лучше различимыми.

Для исправления перспективных искажений во время съемки используются специальные шифт-объективы. Оптическая ось объектива проходит не посередине пленки (светочувствительной матрицы) (рис. 2, слева), и при съемке в кадр попадает весь предмет. Существующие шифт-объективы позволяют сдвигать оптическую ось объектива на расстояния до 20 мм, исправляя угол наклона до  $25^\circ$  (имеется в виду угол между перпендикуляром к поверхности предмета и оптической осью камеры). Кроме того, в случае сдвига объектива в сторону от центра пленки свет падает на объектив под большим углом, и, значит, сильнее сказываются оптические недостатки объектива.

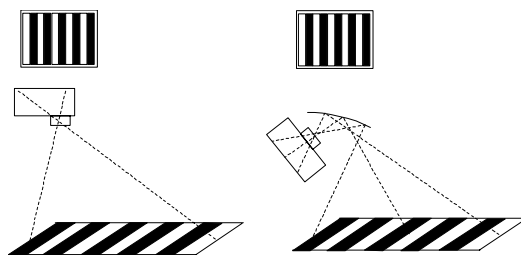


Рис. 2 – исправление перспективных искажений

В данной работе предлагается иной подход. Исправлять перспективные искажения предлагается с помощью зеркала особой формы, расположенного так, как показано на рис.2, справа. Зеркало будет вносить определенные искажения в получаемое изображение, но с его помощью можно исправлять искажения от больших углов наклона, чем с помощью шифт-объектива. Кроме того, для систем видеонаблюдения требуется не столько высокая детализация (здесь и далее под детализацией изображения в какой-либо его точке будем понимать минимальный угловой размер различных деталей предмета, процедура проверки различимости будет описана ниже) изображения, сколько возможность фиксации и идентификации происходящих с наблюдаемым объектом событий. При этом допустимы некоторые искажения получаемого изображения. Если камера системы наблюдения расположена вдоль стены здания или вдоль забора, то ближние к камере области будут получаться с большей детализацией, а удаленные области – с меньшей детализацией, чем нужно для выполнения поставленных перед такой камерой задач. С помощью зеркала можно ценой вносимых им искажений добиться одинаковой детализацией как удаленных, так и близких областей предмета. В некоторых случаях возникающими искажениями можно будет пренебречь

## 2. ХАРАКТЕР ПЕРСПЕКТИВНЫХ ИСКАЖЕНИЙ

Рассмотрим, как именно меняется изображение предмета в случае, если камера расположена под углом к плоскости изображения (рис. 3).

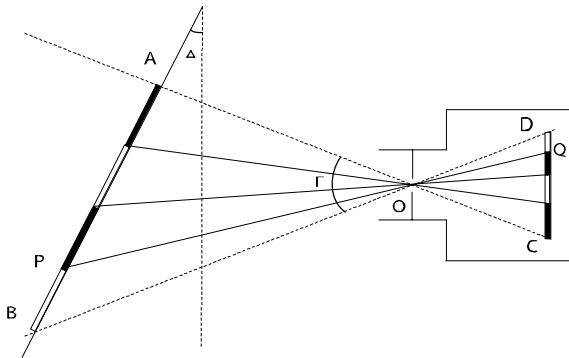


Рис. 3 – формирование изображения предмета, расположенного под углом к плоскости изображения

Камера с углом изображения  $\Gamma$  направлена на расположенный под углом  $\Delta$  к плоскости изображения предмет  $AB$ . На плоскости изображения формируется изображение предмета  $DC$ , при этом точка  $P$  предмета переходит в точку  $Q$  изображения. Рассмотрим функциональную зависимость  $q = CQ/DC$ ,  $q \in [0,1]$  от  $p = AP/AB$ ,  $p \in [0,1]$

$$q = \frac{p \cos\left(\Delta + \frac{\Gamma}{2}\right) \cos\left(\frac{\Gamma}{2}\right)}{\cos\left(\frac{\Gamma}{2}\right) \cos\left(\Delta - \frac{\Gamma}{2}\right) - p \sin \Gamma \sin \Delta} \quad (1)$$

График зависимости  $p$  от  $q$  для  $\Gamma = \pi/4$  и для различных значений  $\Delta \in \{0, \pi/8, \pi/6, \pi/4, \pi/3\}$  представлен на рис. 4.

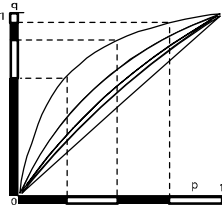


Рис. 4 – график зависимости  $q$  от  $p$

На рис. 4 вдоль осей координат показаны предмет (горизонтально) и соответствующее ему искаженное изображение (вертикально) для угла наклона  $\Delta = \pi/3$ . Зависимость  $p$  от  $q$  показывает, как растягивается или сжимается изображение в зависимости от угла наклона  $\Delta$ .

## 3. ЗЕРКАЛО ДЛЯ КОРРЕКЦИИ ПЕРСПЕКТИВНЫХ ИСКАЖЕНИЙ

Рассмотрим случай, когда предмет находится на значительном расстоянии от камеры (в «бесконечности»). В этом случае можно считать, что интенсивность точки  $Q$  на

изображении (рис. 5) определяется лучами света, идущими в направлении  $PO$ .

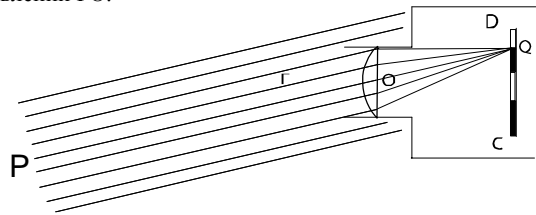


Рис. 5 – предмет расположен на значительном удалении от камеры

Расположим на пути лучей света зеркало  $M$  (рис. 6). Если зеркало велико по сравнению с камерой, то интенсивность точки изображения в направлении  $CD$  будет определяться узким пучком лучей направления  $BCO$ . Необходимо найти зеркало такой формы, чтобы изображение наклоненного предмета получалось бы как от предмета, расположенного без наклона. Пусть  $\angle CDE = \varphi$ ,  $\angle AOB = \xi$ ,  $\gamma(\varphi)$  – угол наклона касательной в точке  $C$

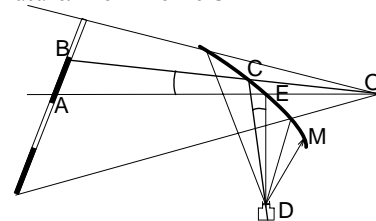


Рис. 6 – схема расположения зеркала между предметом и камерой

Тогда

$$\operatorname{tg}(\gamma(\varphi)) = \frac{\sin(\varphi + \xi) - 1}{\cos(\varphi + \xi)} \quad (2)$$

Зная угол наклона касательной к поверхности зеркала в любой точке, можно записать уравнение поверхности зеркала в полярных координатах с центром в точке  $D$ :

$$r'(\varphi) - \frac{r(\varphi)}{\operatorname{tg}(\gamma(\varphi))} = 0 \quad (3)$$

Преобразуя данное уравнение, получаем:

$$\frac{1}{\operatorname{tg}(\gamma(\varphi))} = \frac{1 - \operatorname{tg} \varphi \cdot \operatorname{tg} \xi}{\operatorname{tg} \varphi + \operatorname{tg} \xi + \frac{\sqrt{\operatorname{tg}^2 \xi + 1}}{\cos \varphi}}; \quad (4)$$

$$r(\varphi) = e^{-\int \frac{d\varphi}{\operatorname{tg}(\gamma(\varphi))}} \cdot r(0);$$

Это уравнение решалось численно. В случае  $\Delta = 0$  решением данного уравнения является прямая (плоское зеркало).

## 4. ПРОВЕРКА СВОЙСТВ ЗЕРКАЛА МЕТОДОМ ТРАССИРОВКИ ЛУЧЕЙ

Свойство найденной поверхности исправлять перспективные искажения проверялись методом трассировки лучей. Моделирование проводилось в предположениях геометрической оптики [1]. Предмет, расположенный под углом к плоскости изображения состоит из  $n$  плоских

ламбертовских [4] источников света (рис. 9), каждый источник света испускает  $m$  лучей. Лучи отражаются от зеркала и попадают в камеру. Камера состоит из непроницаемого для лучей корпуса, объектива и «светочувствительной матрицы». Далее лучи преломляются на объективе камеры и попадают на «светочувствительную матрицу», разбитую на  $k$  светочувствительных ячеек.

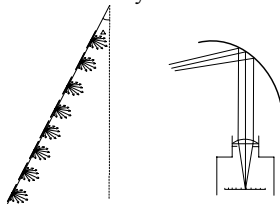


Рис. 9 – взаимное расположение предмета, зеркала и камеры для проверки свойств зеркала методом трассировки лучей

Интенсивность изображения  $i$ -го пикселя формируется в зависимости от количества лучей, пересекшихся с рассматриваемой ячейкой номер  $i$ . В качестве объектива камеры использовались (рис. 10): камера-обскура (отверстие в непрозрачной пластинке), объектив из одной гиперболической линзы, описанной в [3], а также фотографический объектив И-10 [5].

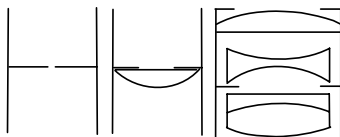


Рис. 10– различные объективы, использовавшиеся для получения изображения методом трассировки лучей

В качестве предмета использовалось одномерное изображение размером 128 пикселей (рис. 11). «Светочувствительная матрица» камеры состояла из 256 пикселей. Предмет расположен на значительном удалении от камеры, камера сфокусирована на «бесконечность»



Рис. 11–предмет для проверки свойств зеркала методом трассировки лучей

На рис. 12 показано изображение этого предмета, полученное для случая угла наклона между плоскостью предмета и плоскостью изображения  $\Delta = \pi/4$ , предмет расположен в «бесконечности», камера без оптических недостатков (рис. 10, слева). В левой части изображения заметна повышенная детализация (при съемке элементы этой области видны под большим углом), справа же заметно понижение детализации – белые полосы в правой части предмета уже не различимы. Цель исправления перспективных искажений состоит в том, чтобы добиться одинаковой детализации по всему изображению.



Рис. 12 – Изображение предмета при наклоне камеры, без зеркала

Расположим на пути лучей зеркало так, как показано на рис. 9 В качестве характеристики относительных размеров зеркала и камеры будем использовать отношение ширины апертурной диафрагмы к расстоянию от диафрагмы до зеркала в виде  $1:d$ .

Уравнение поверхности зеркала получено при допущении, что камера очень мала по сравнению с зеркалом, и на интенсивность каждой точки изображения влияют лучи одного соответствующего направления. Если же размеры камеры (точнее, ширина апертурной диафрагмы) сравнимы с размерами зеркала, то на интенсивность точки изображения будут влиять лучи разных направлений, внося таким образом искажения в изображение предмета. Чем больше размер зеркала по сравнению с камерой, тем искажения меньше. Искажения носят характер «размытия» изображения. За счет оптических свойств зеркала повышается детализация участков предмета, видимых под меньшим углом, и одновременно понижается за счет вносимых зеркалом искажений.

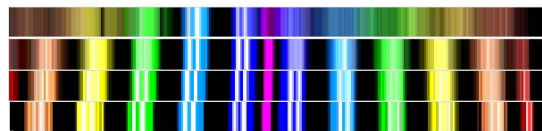


Рис. 13– изображения, полученные с использованием корректирующего зеркала, для разных соотношений размеров зеркала и камеры

На рис. 13 показаны изображения предмета, полученного после расположения зеркала найденной ранее формы между предметом и камерой, для разных относительных размеров зеркала и камеры - 1:6, 1:25, 1:50, 1:100. На рис. 13 внизу (соответствующему большему относительному размеру зеркала) белые полосы по всему предмету различимы, кроме того, заметна одинаковая ширина цветных полос в сравнении с рис.12. При уменьшении относительных размеров зеркала (рис. 13, вверху) заметны вносимые зеркалом искажения – изображение полос более размыто и о повышении детализации в этом случае говорить нельзя.

## 5. ДЕТАЛИЗАЦИЯ ИЗОБРАЖЕНИЙ

## ПОЛУЧАЕМЫХ

Для определения детализации получаемого изображения использовались «миры». Предмет, рассматриваемый с помощью оптической системы, состоял из двух светлых полосок определенной ширины, разделенных темной полоской той же ширины. Последовательно рассматривая миры увеличивающегося размера, фиксировалась мира, на изображении которой были различимы две светлые полоски. В качестве критерия различимости использовалась следующая процедура. На изображении выделялись два максимума интенсивности – слева и справа от темной полоски (рис. 14). Два соседние полоски разрешаются, если минимум интенсивности между ними достаточно мал, чтобы его разглядеть. Если отношение интенсивности в максимумах к интенсивности посередине между максимумами было больше заданной константы  $\alpha = 0.5$ , то полоски считались различимыми.

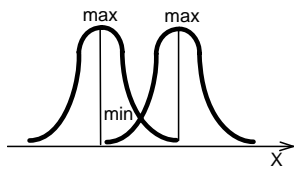


Рис 14 – определение различимости

На рис. 15 приведены графики значений детализации (углов, под которыми видна различима мира минимального размера) в различных частях изображения, полученных для случая предмета без наклона (горизонтальная прямая) и с наклоном  $\Delta = \pi/4$  плоскости предмета по отношению к плоскости изображения.

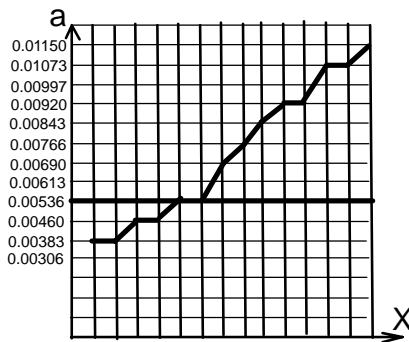


Рис. 15 – детализация изображений без использования корректирующего зеркала

Заметно повышение детализации в левой части изображения и понижения в правой (по сравнению детализацией предмета без наклона). Это обуславливается тем, что детали в левой части изображения видны под большим углом, чем детали правой части.

На рис. 16 приведены графики детализации изображений, полученных с использованием корректирующего зеркала для различных относительных размеров зеркала и диафрагмы. Для небольших относительных размеров зеркала и диафрагмы заметно значительное понижение детализации за счет вносимых зеркалом искажений. С увеличением размеров зеркала детализация растет и после некоторого порога (предельного размера зеркала) «кружок рассеяния» становится меньше чем размер светочувствительной ячейки камеры. После этого дальнейшее увеличение зеркала не будет приводить к повышению детализации.

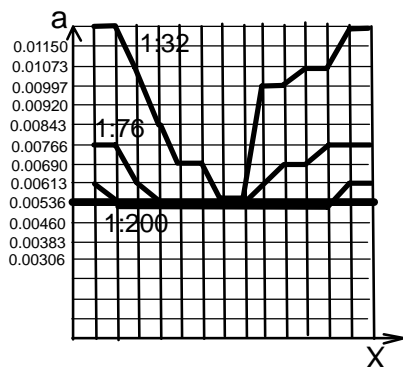


Рисунок 16 – детализация изображений, полученных с использованием корректирующего зеркала.

## 6. УСТРАНЕНИЕ ИСКАЖЕНИЙ, ВНОСИМЫХ ЗЕРКАЛОМ

Возникает вопрос, можно ли каким-либо образом устранить искажения, вносимые зеркалом в случае, когда относительные размеры зеркала и объектива меньше предельного (т.е. такого порогового значения, после которого увеличение зеркала не будет приводить к увеличению детализации). Пусть функции  $S(x)$  и  $L(x)$  задают соответственно предмет и изображение. Эти функции связаны уравнением:

$$\int K(x,t)S(t)dt = L(x) \quad (5)$$

Задача нахождения  $S(x)$  (предмета) по  $L(x)$  (изображению) является некорректной (некорректно поставленной), т.е. малые ошибки в  $L(x)$  и ядре  $K(x,t)$  могут приводить к большим ошибкам в решении [2]. В дискретном случае, когда  $S(x)$  и  $L(x)$  заменяются на векторы, а уравнение (5) – на систему линейных уравнений. Эта система оказывается разрешимой, и по известному вектору изображения (с искажениями, вносимыми зеркалом) удается восстановить предмет (рис. 17). Сверху – изображение с искажениями, снизу – результат восстановления.

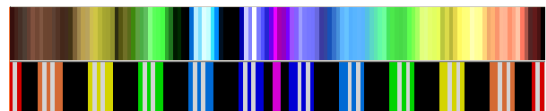


Рис. 17 – устранение искажений, вносимых зеркалом

## 7. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

С помощью зеркала и последующей обработки полученного изображения удается устранить перспективные искажения в изображении предмета. Рассмотренная выше оптическая система, состоящая из камеры и корректирующего зеркала, может найти применение в системах видеонаблюдения, где решающим является не качество изображения, а возможность идентифицировать происходящие на наблюдаемом объекте события.

## 8. ЛИТЕРАТУРА

1. Бегунов, Б.Н. Геометрическая оптика / Б.Н. Бегунов, М.:1966.
2. Верлань А.Ф., Сизиков В.С. Методы решения интегральных уравнений с программами для ЭВМ / А.Ф. Верлань, В.С. Сизиков – Киев «Наукова думка»,1978. 292с.
3. Декарт, Р. Рассуждение о методе с приложениями: диоптрика, метеоры, геометрия / Р.Декарт, - М.:1953
4. Родионов С.А. Основы оптики. Конспект лекций.– / С.А. Родионов - СПб: СПб ГИТМО (ТУ), 2000.
5. Яковлев А.Ф. Каталог "Объективы" / А.Ф. Яковлев - Л., ГОИ, 1970 г.
6. Hartley, R.I. and Zisserman, A. Multiple View Geometry in Computer Vision - Cambridge University Press, 2004.