

Визуализация геофизической информации

А.И. Куликов

Институт вычислительных технологий Сибирского отделения Российской Академии Наук (ИВТ СО РАН)

1. ВВЕДЕНИЕ

В последнее время все большую актуальность приобретает разработка специализированного программного обеспечения математического моделирования и визуализации научных расчетов. Методы математического моделирования играют значительную роль, как альтернатива натурным экспериментам, проведение которых зачастую по многим причинам либо вообще невозможно, либо крайне неэффективно. Визуализация при этом является наиболее удобным средством интерпретации больших объемов информации, поскольку получаемый графический образ является адекватным и наглядным, с одной стороны, компактным и емким - с другой.

Современные подходы к разработке таких систем основываются на принципах объектно-ориентированной методологии. При этом интегрированные приложения моделирования и визуализации имеют общую открытую архитектуру, включающую объектно-ориентированное ядро, инвариантное по отношению к различным областям и проблемам, унифицированный графический интерфейс пользователя и специализированные прикладные библиотеки классов, реализующие конкретные задачи, например, геофизики. Объектно-ориентированный подход в таком случае дает возможность использовать механизмы инкапсуляции, наследования и полиморфизма как при реализации самого унифицированного ядра [1, 3, 4], так и при разработке прикладных библиотек классов [2, 5].

При решении задач геофизики математическое моделирование и визуализация тех или иных процессов природного либо антропогенного характера имеет свою специфику, связанную с большим масштабом процессов по времени и пространству и необходимостью получить в итоге качественное и адекватное графическое изображение. Все это в значительной мере относится к задачам моделирования атмосферных процессов из области метеорологии (прогноз погоды и опасных явлений) и экологии (перенос и трансформация примесей). Графическим образом в этом случае обычно является геофизическая карта, которая представляет собой бланк-основу с нанесенными на нее геофизическими элементами.

Разнообразие задач из области геофизики обуславливает необходимость выработки общего подхода к их решению. В этом плане актуальной является разработка унифицированного графического интерфейса, сочетающего в себе средства управления пакетом внешних программ (например: моделирование и расчет геометрии), а также средства визуализации и редактирования полученного визуального образа. Такая программная система должна содержать расширенные средства интеграции уже реализованных задач и возможной адаптации к новым.

На основе проводимых в течение ряда лет разработок программного обеспечения для визуализации геофизической информации [7-11] и в соответствии с принципами объектно-ориентированной методологии была создана система, работающая в ОС WINDOWS и предназначенная для запуска и управления процессом решения геофизических задач, обработки и визуализации геофизической информации. Система изначально предназначалась для автоматизации процесса построения

геофизических карт, и здесь она будет рассматриваться в основном в этом аспекте. В действительности возможности системы шире: она может использовать другие способы графического представления информации и может быть адаптирована к новым задачам.

2. СИСТЕМА ВИЗУАЛИЗАЦИИ

В разделе рассматривается работа системы на примере построения геофизических карт. Дается описание сценария расчета, расширяющего возможности системы. Рассмотрены возможности подключаемых внешних модулей DLL. Описана 2D- и 3D-визуализация. Приводится описание реализации системы.

2.1 Описание работы системы

Процесс построения изображения геофизической карты можно условно представить как последовательность действий расчетной части, визуализации и редактирования (коррекции) графического образа. В состав расчетной части входит блок, для решения задач вычислительной геометрии (рис. 1). Расчет геометрии графических объектов осуществляется на основе реальных либо полученных от счетной геофизической модели данных и может включать в себя такие действия, как построение изолиний, векторных полей и линий тока, триангуляцию, сглаживание, проецирование, отсечение невидимых линий и т.д. Все составляющие расчет элементы реализуются в виде отдельного модуля (или последовательности) и могут быть оформлены в виде исполняемых файлов либо динамически подключаемых библиотек.

Визуализация графических геофизических данных заключается в их адекватном графическом представлении, в результате чего происходит построение визуального образа (иными словами, происходит отображение задающей карту геометрии на графическое устройство).

Получаемая в итоге геофизическая карта представляется в виде набора геометрически заданных объектов, в роли которых обычно выступают такие графические примитивы как отрезки, ломаные, многоугольники, текст. Объекты задаются в точных координатах и могут иметь следующие графические атрибуты: толщина линий, тип и цвет заливки и т.д. В совокупности множество таких объектов формирует составляющие карту элементы:

- бланк-основу (контурная линия побережья и рек, географическая сетка из параллелей и меридианов с соответствующей оцифровкой, названия городов и т.д.);
- данные, наносимые на бланк (давление, геопотенциал, влажность, температура, концентрация примеси, ветер и др. в виде изолиний, траекторий, линий тока, векторных полей);
- специальные подписи (штампы) для идентификации и т.д.

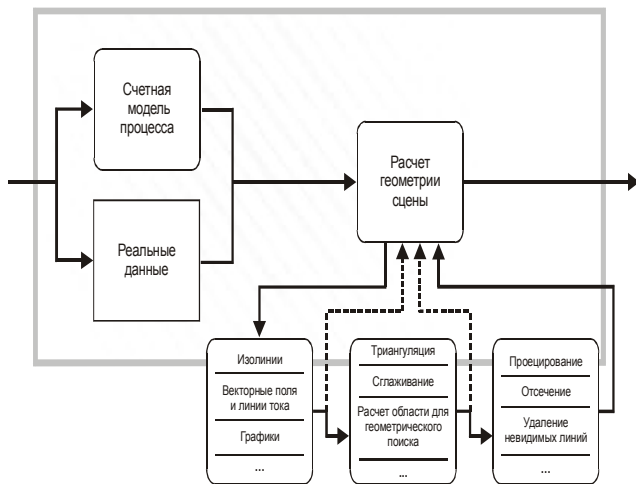


Рис. 1 Схема расчетной части.

Графический пользовательский интерфейс в той или иной мере распространяется на весь цикл построения требуемого изображения карты. В начале пользователь в интерактивном режиме вводит входные данные для расчетной части. Это могут быть типизированные значения параметров (строковые, целочисленные и вещественные значения, списки определенных значений, имена файлов), причем часть из них может быть задана уже изначально расчетной частью, а последующее их изменение оставлено на усмотрение пользователя. Затем следует запуск расчетной части с параллельным информированием пользователя о ходе процесса расчета. После ее завершения происходит преобразование полученных данных, описывающих образ карты, в формат визуализатора с последующим его запуском. По ходу действия визуализатора идет формирование изображения геофизической карты на экране монитора или некотором промежуточном буфере (с последующим ее выводом на экран). Как только визуализация карты закончена, становятся доступными функции ее редактирования. В распоряжение пользователя предоставляются средства изменения и дополнения рассчитанного образа: наложение одного графического объекта на другой, поворот, удаление или перемещение по поверхности карты (в том числе перемещение числа, подписывающего изолинию, вдоль ее траектории). Также возможно изменение графических атрибутов заданного объекта (например, цвета, толщины и стили линий) и т.д. Последовательность действий редактирования завершает процесс построения изображения карты. Итоговое изображение карты можно сохранить на внешнем носителе в определенном графическом формате (растровом или векторном), вывести на устройство печати, передать в буфер обмена либо другим приложениям.

Описанная выше схема позволяет создавать программные средства, реализующие процесс построения геофизических карт и обладающие некоторой степенью универсальности за счет использования внешней реализации расчетной части. С их помощью можно создавать, а затем и непосредственно редактировать полученный визуальный образ карты. Однако зачастую возникают ситуации, когда последовательность шагов редактирования изображений различных карт, полученных при помощи одних и тех же расчетных средств, частично или полностью совпадает. Возможны случаи, когда требуемое изображение должно состоять из объединения нескольких разных образов карты, либо являться какой-то частью одного. Также допустима ситуация, при которой само

изображение карты выступает в роли входных данных для расчета другой.

2.2 Сценарии расчета

Для увеличения функциональности, универсальности, а также повышения автоматизации цикла построения геофизической карты применяются сценарии расчета. Этот механизм основан на декомпозиции расчетной части на отдельные, независимые фрагменты, задачи расчета. Задача расчета имеет свои собственные входные и выходные данные. Множество типов задач включает задачи, выполняющие некоторые как фрагменты цикла построения карты, так и ряд дополнительных, сервисных задач, необходимых для повышения возможностей и гибкости системы (рис. 2). К первой группе относятся такие задачи, как:

- запуск реализованных отдельно функций или самостоятельных приложений (это могут быть геофизические модели, блоки расчета геометрии, самостоятельные диалоговые приложения, интерфейсы с распределенными средствами расчета и т.д.);
- задачи запуска сценариев расчета;
- задачи, связанные с визуальным образом карты (открытие сохраненного ранее изображения геофизической карты либо рассчитанной геометрии, сохранение изображения карты, вывод на устройство печати, выполнение геофизической карты либо рассчитанной геометрии, сохранение изображения карты, вывод на устройство печати, выполнение последовательности предварительно заданных действий редактирования образа карты и т.д.).

Ко второй группе, сервисным задачам, могут принадлежать задачи, реализующие некоторые функции операционной системы по работе с файлами, такие как копирование, перенос, удаление, просмотр средствами операционной системы и т.д.

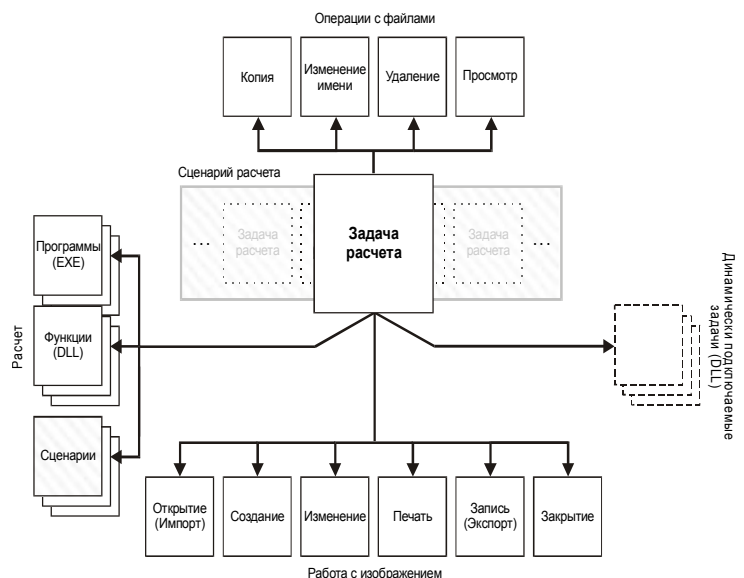


Рис. 2. Задачи расчета. Структура и типы

Выполнение сценария расчета сводится к последовательному запуску составляющих его задач. Входными параметрами сценария является заданное подмножество из входных данных, содержащихся в нем задач, в свою очередь значениями входных параметров для

задачи служат параметры сценария, а также все входные и выходные данные предшествующих ей других задач сценария. Выходными данными сценария можно считать полученное в результате его выполнения изображение карты или серии из нескольких карт.

Таким образом, сценарии расчета позволяют существенно автоматизировать процесс построения изображения геофизической карты, объединять различные расчетные средства в единое целое с общим интерфейсом, а также дополнять и корректировать их действия за счет включения в процесс расчета предварительно заданных действий редактирования образа. В силу этого возникает необходимость в динамическом встраивании в приложение:

- 1) средств преобразования используемых графических форматов, описывающих образ геофизической карты, во внутренний формат визуализатора, а при необходимости и обратно;
- 2) дополнительного набора формирующих карты объектов;
- 3) методов редактирования новых, добавленных, объектов, учитывающих спецификацию последних.

Последние два пункта позволяют расчетной части напрямую формировать контекст визуализатора и редактора, что существенно расширяет возможности и

многократно увеличивает универсальность программы построения карт в целом. Построение геофизических карт на основе механизма сценариев представлено на рисунке 3. Ядро программы составляет визуальная среда редактирования и среда управления расчетом. Первую формируют средства визуализации и редактирования, вторую средства организации процесса построения карты сценарием расчета (рис. 4).

Средства визуализации и редактирования должны существовать в тесной связи между собой. Это продиктовано, главным образом, необходимостью максимально ускорить процесс визуализации геофизической карты в процессе редактирования. Зачастую графический образ карты состоит из достаточно большого числа объектов. Его редактирование требует частой визуализации даже при самых незначительных внесенных пользователем изменениях. Подобная связь также существует и со средствами организации процесса расчета. Действия пользователя по редактированию карты частично или полностью впоследствии могут быть оформлены как самостоятельная задача и присоединены к некоторому ранее заданному сценарию.

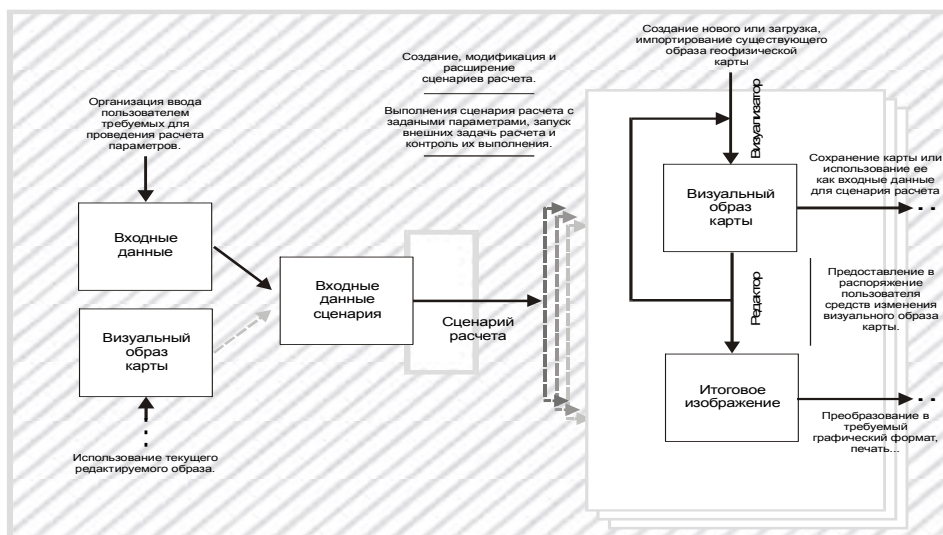


Рис. 3. Схема построения геофизических карт с использованием механизма сценариев расчета.

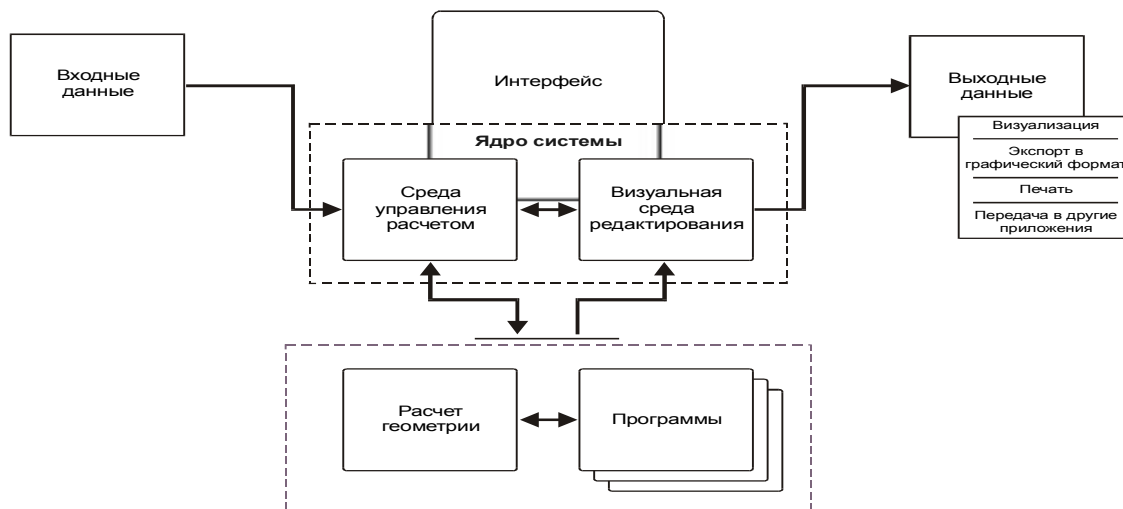


Рис. 4 Общая схема функционирования системы

В визуальную среду редактирования входит также ряд дополнительных функций для работы с образом геофизической карты:

- поддержка буфера обмена (растровое и векторное представление);
- импорт и экспорт образа карты (растровый и векторный форматы);
- печать.

Аналогом визуальной среды редактирования, для средств расчета, является среда управления расчетом. Основной ее целью служит организация и выполнение сценариев.

Набор задач расчета для сценария включает:

- 1) задачи, оформленные в виде DLL Windows и загружаемые при запуске программы;
- 2) задачи, реализуемые в форме отдельных EXE и DLL файлов, указываемых пользователем;
- 3) все используемые в программе сценарии редактирования;
- 4) функции визуальной среды редактирования:
 - импорт, экспорт, печать;
 - воспроизведения процесса редактирования образа карты пользователем.
- 5) функции операционной системы:
 - копирование, переименование и удаление файла;
 - открытие файла с помощью сопоставленного ему средства просмотра.

2.3 Внешние подключаемые модули

Активное использование механизмов встраивания внешних модулей для динамического расширения ядра системы (рис. 5) позволяет приспособлять его под решения требуемых задач без необходимости, зачастую неизбежной в таких ситуациях, его программной модификации. При этом изначально реализованные унифицированные наборы составных компонентов системы, такие как графические объекты визуальной среды и задачи среды расчета, содержат основные, требуемые для решения большинства задач элементы и интерфейсы, тем самым в большинстве случаев процесс интеграции реализующих задачу программ в систему сводится лишь к заполнению специальных диалоговых форм.

Динамическое подключение прикладных библиотек классов, реализованных в виде отдельных внешних модулей и скомпилированных как DLL-расширения, производится стандартными средствами MFC (технология написания прикладных библиотек описана в разделе руководства по эксплуатации). При подключении библиотеки, сначала происходит явное связывание с ней программы, а затем импортирование из нее специальной функции, которая позволяет создавать экземпляры объектов содержащихся в ней классов. Все импортруемые классы встраиваются в приложение и в дальнейшем используются наравне с базовыми.

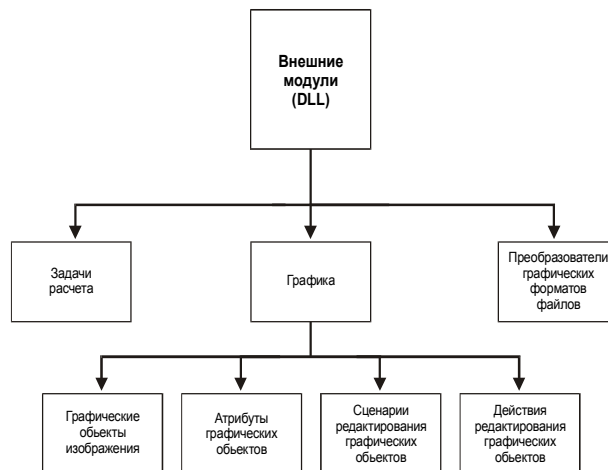


Рис. 5. Внешние модули приложения

2.4 Визуализация

При графическом отображении геофизической информации в виде геофизических карт наряду со стандартными задачами машинной графики такими как: удаление невидимых линий, отсечение, построение кривых и поверхностей и т.д. возникают свои специфические задачи.

Чрезвычайно важно донести до пользователя максимум значимой информации, что осложняется большой информационной насыщенностью ограниченного пространства геофизической карты. При этом возникают ситуации, когда второстепенная информация может "забить" более важную. Этого наложения можно избежать двумя способами. Первый: второстепенная информация не рисуется в области наложения. Это задачи отсечения для замкнутых областей с кусочно-линейной границей (например, наноска полей метеозлемента только над сушей), их штриховка (заливка). Второй способ: такая информация рисуется с некоторым минимизируемым смещением, например различные подписи, пометки на карте (оцифровка изолиний), которые не привязаны жестко к карте.

В терминах вычислительной геометрии это соответственно задачи геометрического поиска и оптимального размещения.

Для решения этих задач существуют специальные растровые и векторные алгоритмы [12, 13], но полностью их решить алгоритмически, и тем самым автоматизировать процесс расчерчивания карт, крайне сложно. Поэтому возникает необходимость редактирования графического образа метеорологической карты, включающее в себя наложение одного графического фрагмента на другой, его удаление и перемещение по карте (например, перемещение числа, подписывающего изолинию, вдоль ее траектории) и т.д. В качестве дополнительных средств выделения графических фрагментов могут служить определенные параметры линий, (цвет, толщина, пунктир) и областей (цвет, шаблон заливки).

Существенной особенностью визуализации в геофизике является то, что геофизические поля задаются на земной сфере обычно в узлах равномерной широтно-долготной сетки, а карта строится на плоскости. Таким образом, возникает необходимость в проектировании данных со сферы на плоскость. Выбор проекции при этом определяется, с одной стороны, расположением и геометрическими характеристиками области, с другой – динамикой рассматриваемого процесса.

При подготовке геофизических карт используются модули для построения бланков и нанесения на них изолиний, векторных полей, линий тока и т.д. в различных картографических проекциях: стереографическая, ортографическая, меркаторская и т.д. [18].

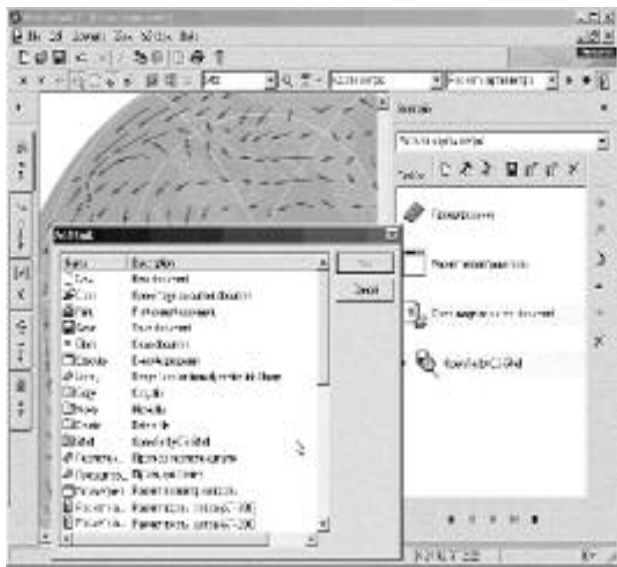


Рис. 6. Окна системы с панелями задания сценариев и редактирования и с изображением карты ветра.

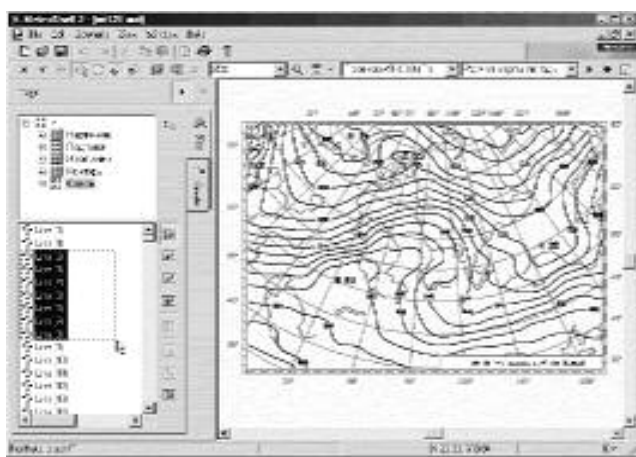


Рис. 7. Окно с картой прогноза погоды.

При расчете изолиний используются интерполяция данных бикубическим сплайном на сфере. Эти модули разрабатывались на основе алгоритмов, описанных в [7, 8, 11, 19, 20]. С целью повышения качества карты можно сглаживать ломаные линии, например, контуры береговой линии.

Для решения этой задачи разработан быстрый алгоритм изогометрического сглаживания, основанный на использовании параболических сплайнов, который будет описан ниже.

При визуализации вся карта представляется одним объектом сложного типа – группой, который в свою очередь содержит все остальные, формирующие карту объекты, среди которых снова могут присутствовать объекты сложных типов. Таким образом, визуальное представление геофизической карты есть двумерное изображение, формируемое средствами визуализации на основе

иерархически упорядоченного набора объектов. Примеры построения геофизических карт показаны на рисунках 6 и 7.

Для 3D-визуализации реализованы модули, позволяющие строить изоповерхности, производить сечения для скалярных пространственных данных, определенных в узлах равномерной декартовой сетки. Сечения при этом визуализируются либо в виде цветовой карты, либо поверхности. Разработан интерфейс для задания параметров визуализации и управления ее процессом. При этом имеются возможности:

- 1) интерактивное изменение параметров визуализации;
- 2) вывод дополнительной информации (оси координат, легенда);
- 3) навигации по объему данных;
- 4) поворот, перемещение, масштабирование объема данных;
- 5) позиционирование плоскости сечения.

Изоповерхности могут строиться и для скалярных данных, определенных на произвольном конечном множестве точек в пространстве. В этом случае строится тетраэдризация Делоне, и для нее рассчитываются изоповерхности.

Результаты 3D-визуализации могут быть экспортированы в виде двумерной графики в графические форматы.

Для 3D-визуализации используется библиотека OpenGL.

На рисунке 8 показано сеточное представление поверхности на основе реальных данных.

2.5 Реализация

Система визуализации геофизической информации разработана в среде Visual C++6.0 с использованием MFC и графической библиотеки OpenGL и является удобным и эффективным инструментом для решения задач моделирования в геофизике и визуализации. Она состоит из основной программы и специфичных для решаемых задач внешних модулей, дополнительных расчетных приложений, а также сформированных на основе их сценариев расчета.

Данная система является многопоточным приложением, активно использующим рабочие потоки для выполнения разнообразных временно емких действий в модуле форматов, графическом и расчетном ядре. Необходимость применения такого механизма продиктована общими соображениями организации графического пользовательского интерфейса. Количество секций программы, во время выполнения которых программа полностью не реагирует на действия пользователя, должно быть сведено к минимуму. Осуществляется это в первую очередь за счет перевода выполнения некоторых частей программы в фоновый режим. Так параллельно с редактированием графического образа пользователем происходит его визуализация и поиск ближайшего к курсору графического объекта, проекции на него и т.д.

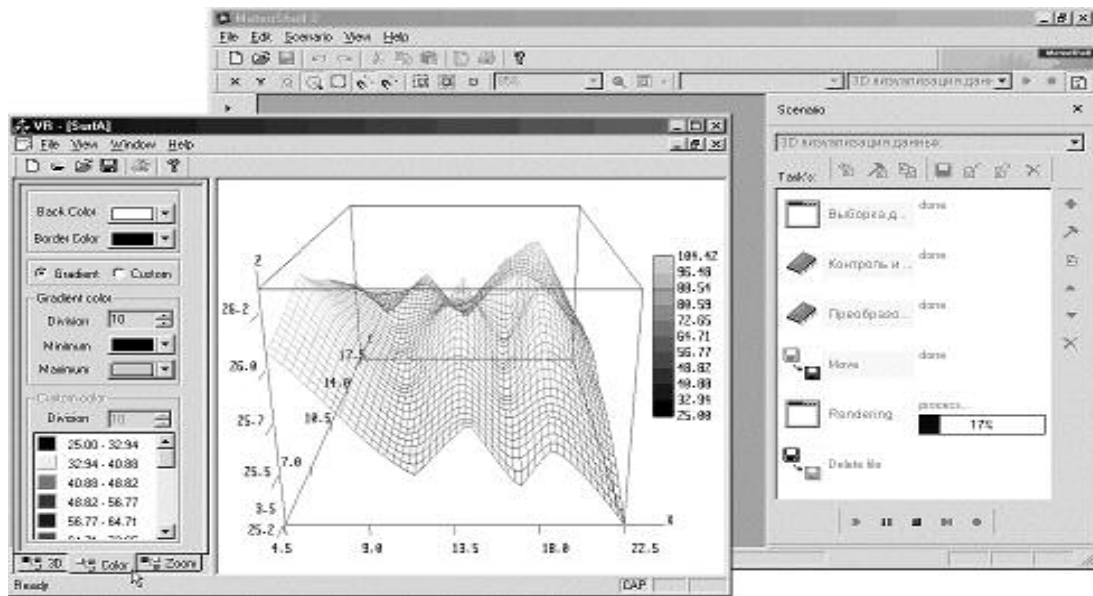


Рис. 8. Работа блока 3D-визуализации (сеточное представление поверхности).

3. АЛГОРИТМЫ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОЙ ГЕОМЕТРИИ

3.1 Триангуляция Делоне

При решении различных задач моделирования и визуализации возникает необходимость в непрерывном продолжении скалярной функции, заданной на конечном нерегулярном множестве точек плоскости или пространства. Для этой цели обычно строят триангуляцию Делоне, используя кусочно-линейную аппроксимацию для определения значений функции в треугольнике или тетраэдре. На основе метода «вкатывания пустого шара», предложенного Делоне [13, 14], разработаны 2D- и 3D-алгоритмы построения триангуляции. Структура триангуляции представляется в виде XML. Эти алгоритмы используются при построении изолиний и изоповерхностей.

3.2 Локальное изогометрическое сглаживание

Необходимость в эффективном сглаживании возникает в задачах САПР, вычислительной аэро- и гидродинамики: при расчете формы обтекаемого тела. Эти вопросы рассмотрены в работах [15-17]. В компьютерной графике также необходимо проводить сглаживание полигонов для повышения качества изображения. В последнее время для этой цели все шире используется изогометрическое сглаживание с помощью локальных полиномиальных сплайнов. Изогометричность в этом случае понимается как сохранение локальных геометрических свойств ломаной при переходе к соответствующей гладкой кривой: выпуклость, наличие точек перегиба. Использование таких сплайнов позволяет избежать неконтролируемых «паразитных» осцилляций. Приведем описание простого алгоритма для изогометрического сглаживания.

Пусть прямой угол $\alpha = \angle ABC$ задан тремя точками $A = (-1, 0)$, $B = (0, 1)$, $C = (1, 0)$ (рис. 9а)

Найдем полином $f(x)$ четвертой степени, считая что он симметричен (относительно Y) и удовлетворяет следующим условиям в вершинах A и C.

- $f(1) = f(-1) = 0$ равенство значений;
- $f'(1) = -f'(-1) = -1$ соотношение на производные;
- $f''(1) = f''(-1) = 0$ равенство вторых производных.

Такой полином, вписанный в прямой угол, будет гладко сопрягаться с ним в точках A и C;

Запишем $f(x)$ в общем случае:

$$f(x) = a_4 x^4 + a_3 x^3 + a_2 x^2 + a_1 x + a_0 \quad (1)$$

Из вышеперечисленных условий имеем:

$$a_3 = 0 \quad a_1 = 0$$

$$a_4 + a_2 + a_0 = 0 \quad (2)$$

$$4a_4 + 2a_2 = -1$$

$$12a_4 + 2a_2 = 0$$

Решая эту систему, находим:

$$f(x) = \frac{1}{8} x^4 - \frac{3}{4} x^2 + \frac{5}{8} \quad (3)$$

Теперь рассмотрим произвольный угол $\alpha' = \angle A'B'C'$, образованный тремя точками A', B', C' , не лежащими на одной прямой (рис. 9б).

Для тройки точек: A, B, C и тройки точек: A', B', C' существует невырожденное линейное преобразование, переводящее точки первой тройки в соответствующие точки второй. Если подвергнуть этому преобразованию полином $f(x)$, получим новую

кривую, которая сохранит условия для сглаживания нового угла α' .

Для практических целей можно вычислить значения полинома (3) для некоторой совокупности точек -

$1 \leq x \leq 1$ и преобразует их по вышеперечисленным формулам в выпуклую ломаную для сглаживания угла. Для произвольной ломаной можно сглаживать каждый ее угол например: сопрягая сплайны в серединах ее звеньев (рис. 9с).

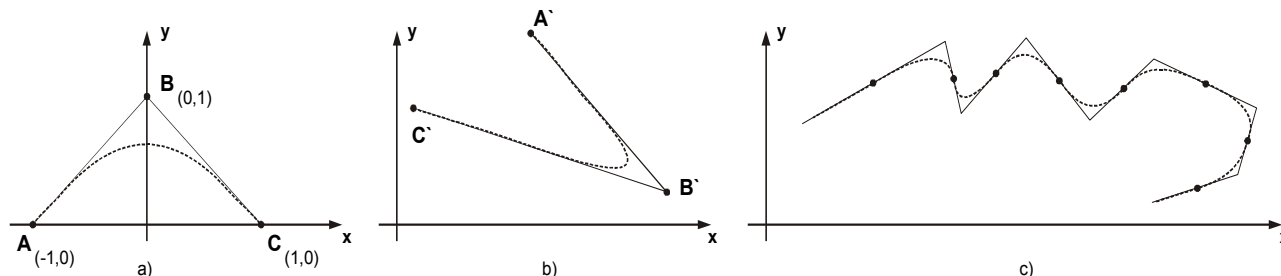


Рис. 9. Изогеометрическое сглаживание на основе параболического сплайна 4-й степени.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Разработанная система может быть использована для решения задач автоматизации вычислительного эксперимента с геофизическими моделями, обработки и визуализации геофизической информации.

Эта система обладает современным эргономичным пользовательским интерфейсом и обеспечивает:

- интегрирование, запуск и контроль выполнения внешних приложений моделирования и расчета геометрии (в том числе 16-битных консольных DOS программ);
- 2D-визуализацию и редактирование векторного графического изображения, включающее в себя интерактивное манипулирование отдельными составляющими ее элементами;
- 3D-визуализацию: построение изоповерхностей и сечений для скалярных пространственных данных;
- импорт и экспорт визуального образа в векторные и растровые графические форматы;
- вывод изображения на печать или передача его в другие приложения посредством буфера обмена;
- составление сценариев расчета для типовых задач построения карт;
- сохранение используемых данных в файлах.

Система также обладает развитыми возможностями расширения своей контекстной и функциональной базы за счет динамического встраивания дополнительных, внешне реализованных компонент, оформленных как DLL Windows. В принципе при соответствующей модификации данный программный пакет может использоваться как «толстый» клиент в распределенной системе для решения задач геофизики и визуализации [6].

ЛИТЕРАТУРА

1. Discrete - Events Simulation Software: What the Users Want. Simulation. December 1999, pp 362-370.
2. Семенов В.А., Крылов П.Б., Морозов С.В., Роминов М.Г., Тарлапан О.А. Объектно-ориентированная методология разработки интегрированных приложений моделирования и визуализации. // Труды института системного программирования. 1999, № 1, С. 101-114.

3. Гради Буч. Объектно-ориентированный анализ и проектирование с примерами приложений на С++. 2-е изд./Пер. с англ. – М.: “Издательство Бином”, СПб.: “Невский диалект”, 2000.
4. Object-Oriented and Mixed Programming Paradigms: new directions in computer graphics / Peter Wisskirchen (ed.), Springer, 1996.
5. Семенов В.А. Объектная систематизация и парадигмы вычислительной математики. // Программирование. 1997, № 4, С. 14-25.
6. А.Е. Упоров, В.Я. Копп и др. Интегрированная среда для работы модельных приложений и визуализации (GEONET)// Труды XXXIX Международной научной студенческой конференции «Студент и научно-технический прогресс»/ НГУ. Новосибирск. 2001. С. 3-9.
7. Ривин Г.С., Куликов А.И. Изображение полей метеорологических элементов, заданных в узлах широтно-долготной сетки // Метеорология и гидрология, 1982, N1.- С. 41-48.
8. Куликов А.И., Фоменко А.А. Изображение полей течений на сфере средствами машинной графики// Труды ЗапСибРНИГМИ. -1989.- вып.89.- С. 93-95.
9. Ривин Г.С., Куликов А.И. Система визуализации и опыт ее применения в оперативной практике гидрометеослужбы. Изд. ИВТ СО РАН, Новосибирск. В кн.: "Вычислительные технологии" т.2 N 4, 1993.
10. Ривин Г.С., Климова Е.Г., Медведев С.Б., Фомин В.М., Воронина П.В., Куликов А.И. Математическое моделирование процессов в атмосфере для проведения экологических экспертиз. Изд. ИМ СО РАН, Новосибирск. В кн.: "Математические проблемы экологии", 1994. V-е Изд. Института математики СО РАН, Новосибирск, 1994. - С. 90 - 95.
11. Ривин Г.С., Куликов А.И. Графическое изображение метеополей // Труды ЗапСибРНИГМИ. -1989.- вып.89.- С. 96-98.
12. Стоян Ю. Г. Размещение геометрических объектов. Киев, Издательство «Наукова думка», 1975
13. Препарата Ф., Шеймос М. Вычислительная геометрия. Введение. Пер. с англ. – М: Мир, 1989 - 478 с., ил.
14. Медведев Н.Н. Метод Вороного-Делоне в исследовании структуры некристаллических систем/ РАН, Сиб. отд-ние, РФФИ, Институт химической кинетики и горения СО РАН. Новосибирск: НИЦ ОИГТМ СО РАН, Издательство СО РАН, 2000 – 214 с.

15. Фокс А., Пратт М. Вычислительная геометрия. Применение в проектировании и на производстве. Пер. с англ. -М.: Мир, 1982 – 304 с.
16. Завьялов Ю.С., Квасов Б.И., Мирошниченко В.Л. Методы сплайн-функций. М.: Мир, 1980.
17. Аульченко С.М., Латыпов А.Ф. Построение плоских кривых с помощью параметрических полиномов четвертого порядка//Журн. Вычислит. Математики и мат. Физики. 1995. 35, №7. С. 1139.
18. Граур А.В. Математическая картография. Л., Изд. Ленинградского университета. 1956 - 262 с.
19. Дворжец В.И., Торшин В.И., Упольников С.А. СМОГ для ЭВМ ЕС АСВТ// Машинная графика и ее применение. – Новосибирск: ВЦ СО АН СССР. – 1979. С. 132-137
20. Дворжец В.И. Процедуры вычерчивания изолиний. - В сб.: Машинная графика и ее применение. /Под ред. Ю.А. Кузнецова. - Новосибирск, 1973, вып. I, с. 54-65.